



Matemàtiques 3^{ESO}

Biblioteca del professorat
SOLUCIONARI

El Solucionari de **Matemàtiques** per a 3r d'ESO és una obra col·lectiva concebuda, dissenyada i creada al Departament d'Edicions Educatives de Grup Promotor / Santillana, dirigit per **Enric Juan Redal** i **M. Àngels Andrés Casamiquela**.

En la realització han intervingut:

A. M. Gaztelu
A. González
M. Marqués

EDICIÓ
N. Grinyó
R. Nevado
C. Pérez

DIRECCIÓ DEL PROJECTE
D. Sánchez Figueroa



Projecte **La Casa del Saber**

Grup Promotor
Santillana

4

Equacions de primer i segon grau

IGUALTATS ALGEBRAIQUES

EQUACIONS DE PRIMER GRAU

TIPUS D'EQUACIONS

MÈTODE GENERAL

EQUACIONS DE SEGON GRAU

EQUACIONS
COMPLETES

EQUACIONS
INCOMPLETES

ESTUDI DEL NOMBRE
DE SOLUCIONS

FÓRMULA
GENERAL

MÈTODES
DE RESOLUCIÓ

RESOLUCIÓ DE PROBLEMES
AMB EQUACIONS

La fi del món

L'octubre de 1533 a la presó de Wittenberg s'hi va celebrar una reunió força curiosa: Luter hi era per visitar Michael Stifel, amic íntim seu. Stifel havia aplicat a la Bíblia càlculs numèrics i havia profetitzat que la fi del món seria el 18 d'octubre d'aquell mateix any. Luter contenia el riure i li deia:

–Michael, quantes vegades t'he dit que no barregis la fe amb la raó?

–No em tornarà a passar mai més. Quan surti d'aquí em dedicaré a ordenar els meus escrits i a publicar els meus treballs científics. Però no barrejaré mai més l'aigua amb l'oli.

Tal com va prometre, el 1544 va publicar la seva obra *Arithmetica integra*, en què generalitza l'ús dels signes + i – per a la suma i la resta. Hi admet, també, per primera vegada, els coeficients negatius a les equacions, tot i que no les solucions negatives.

Segons Stifel...



quina seria la solució d'aquestes equacions?

L'equació:

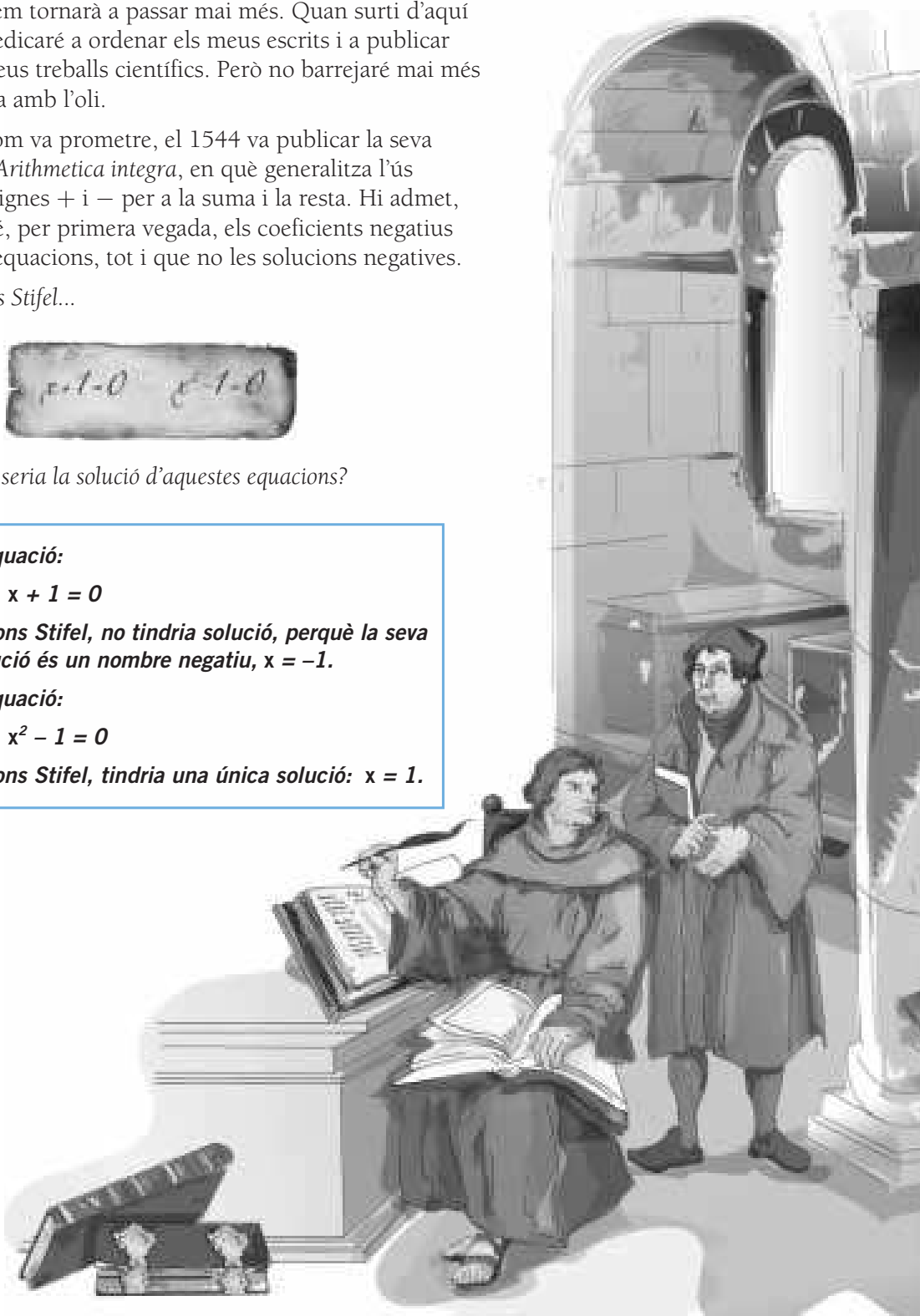
$$x + 1 = 0$$

segons Stifel, no tindria solució, perquè la seva solució és un nombre negatiu, $x = -1$.

L'equació:

$$x^2 - 1 = 0$$

segons Stifel, tindria una única solució: $x = 1$.



Equacions de primer i segon grau

EXERCICIS

001 Calcula el valor numèric de les expressions:

- a) $2x + x^2 - 3$ si $x = 4$ d) $x + x^3 - x$ si $x = -1$
b) $3x + 4y$ si $x = y = 2$ e) $x^4 + 2$ si $x = -1$
c) $x^3 - 2x + 2$ si $x = -3$

- a) $8 + 16 - 3 = 21$
b) $6 + 8 = 14$
c) $-27 + 6 + 2 = -19$
d) $-1 - 1 + 1 = -1$
e) $1 + 2 = 3$

002 Assenjala quines d'aquestes igualtats són identitats o equacions:

- a) $-6(x - 2) + 5 = -2(3x - 3) + 11$
b) $6(x - 1) = 4(x - 2) - 3(-x - 5)$

- a) $-6x + 12 + 5 = -6x + 6 + 11 \rightarrow -6x + 17 = -6x + 17 \rightarrow$ Igualtat
b) $6x - 6 = 4x - 8 + 3x + 15 \rightarrow 6x - 6 = 7x + 7$
Només és certa per a $x = -13 \rightarrow 6(-13) - 6 = 7(-13) + 7 \rightarrow$
 $\rightarrow -78 - 6 = -91 + 7$

003 Escribe dues identitats i dues equacions.

Identitats: $7x + 2x - 8 = 9x + 4 - 12$
 $-7x - 2 = 7(-x - 1) + 5$

Equacions: $2x + 3 = 85$
 $6x + 8 = 2x + 6$

004 Determina els elements d'aquestes equacions:

- a) $2x - 5 = 4(x + 9)$
b) $x^2 + x - 1 = x^2 - 2x$
c) $x(x^2 - x) + 2 + x^2 = x^3 + x$

- a) Primer membre: $2x - 5$.
Segon membre: $4(x + 9)$.
Incògnita: x .
Grau: 1.
- b) Primer membre: $x^2 + x - 1$.
Segon membre: $x^2 - 2x$.
Incògnita: x .
Grau: 1.
- c) Primer membre: $x(x^2 - x) + 2 + x^2$.
Segon membre: $x^3 + x$.
Incògnita: x .
Grau: 1.

005 Quin dels dos nombres següents és la solució de l'equació $5x - 9 = 4(x - 5)$?

- a) 4 b) -3 c) 14 d) -11

$$5x - 9 = 4(x - 5)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 5 \cdot 4 - 9 = 20 - 9 = 11 \\ 4(4 - 5) = 4(-1) = -4 \end{array} \right\} \rightarrow \text{No}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } 5(-3) - 9 = -15 - 9 = -24 \\ 4(-3 - 5) = 4(-8) = -32 \end{array} \right\} \rightarrow \text{No}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) } 5 \cdot 14 - 9 = 70 - 9 = 61 \\ 4(14 - 5) = 4 \cdot 9 = 36 \end{array} \right\} \rightarrow \text{No}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d) } 5(-11) - 9 = -55 - 9 = -64 \\ 4(-11 - 5) = 4(-16) = -64 \end{array} \right\} \rightarrow \text{La solució és } x = -11$$

006 Escriu dues equacions que tinguin com a solució $x = 1$.

$$3x = 3$$

$$2x + 5 = 7$$

007 Escriu dues equacions que tinguin:

a) Dues solucions.

b) Cap solució.

c) Infinites solucions.

$$\text{a) } x^2 + 5x = -3$$

$$x^2 = 4$$

$$\text{b) } x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$\text{c) } 3x + 6 = 3(x + 2)$$

$$5x + 4 = 2x + 3 + 3x + 1$$

008 Resol aplicant les regles de la suma i del producte:

a) $x + 4 = 5$

d) $8x = 24$

b) $x - 2 = -1$

e) $-6x = 72$

c) $3 - x = 21$

f) $-4x = -24$

$$\text{a) } x + 4 = 5 \rightarrow x + 4 - 4 = 5 - 4 \rightarrow x = 1$$

$$\text{b) } x - 2 = -1 \rightarrow x - 2 + 2 = -1 + 2 \rightarrow x = 1$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3 - x = 21 &\rightarrow 3 - x - 3 = 21 - 3 \rightarrow -x = 18 \rightarrow \\ &\rightarrow (-1)(-x) = (-1)18 \rightarrow x = -18 \end{aligned}$$

$$\text{d) } 8x = 24 \rightarrow \frac{8x}{8} = \frac{24}{8} \rightarrow x = 3$$

$$\text{e) } -6x = 72 \rightarrow \frac{-6x}{-6} = \frac{72}{-6} \rightarrow x = -12$$

$$\text{f) } -4x = -24 \rightarrow \frac{-4x}{-4} = \frac{-24}{-4} \rightarrow x = 6$$

Equacions de primer i segon grau

009 Calcula:

a) $2x + 4 = 16$ b) $7x + 8 = 57$ c) $5x - 5 = 25$ d) $-6x - 1 = -13$

a) $2x + 4 = 16 \rightarrow 2x + 4 - 4 = 16 - 4 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{12}{2} \rightarrow x = 6$

b) $7x + 8 = 57 \rightarrow 7x + 8 - 8 = 57 - 8 \rightarrow 7x = 49 \rightarrow \frac{7x}{7} = \frac{49}{7} \rightarrow x = 7$

c) $5x - 5 = 25 \rightarrow 5x - 5 + 5 = 25 + 5 \rightarrow 5x = 30 \rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{30}{5} \rightarrow x = 6$

d) $-6x - 1 = -13 \rightarrow -6x - 1 + 1 = -13 + 1 \rightarrow -6x = -12 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{-6x}{-6} = \frac{-12}{-6} \rightarrow x = 2$

010 Calcula:

a) $-11x = -4x + 15$ c) $7x - 4 = -5 - 6x$

b) $-1 - 2x = -3x - 11$ d) $4x - 8 = 6x + 2$

a) $-11x = -4x + 15 \rightarrow -11x + 4x = -4x + 15 + 4x \rightarrow -7x = 15 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{-7x}{-7} = \frac{15}{-7} \rightarrow x = -\frac{15}{7}$

b) $-1 - 2x = -3x - 11 \rightarrow -1 - 2x + 3x + 1 = -3x - 11 + 3x + 1 \rightarrow$
 $\rightarrow x = -10$

c) $7x - 4 = -5 - 6x \rightarrow 7x - 4 + 6x + 4 = -5 - 6x + 6x + 4 \rightarrow$
 $\rightarrow 13x = -1 \rightarrow \frac{13x}{13} = -\frac{1}{13} \rightarrow x = -\frac{1}{13}$

d) $4x - 8 = 6x + 2 \rightarrow 4x - 8 - 6x + 8 = 6x + 2 - 6x + 8 \rightarrow$
 $\rightarrow -2x = 10 \rightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{10}{-2} \rightarrow x = -5$

011 Troba la solució d'aquesta equació: $3(x + 2) = 3x + 6$.

$3(x + 2) = 3x + 6 \rightarrow 3x + 6 = 3x + 6$. És una identitat: infinites solucions.

012 Resol aquestes equacions:

a) $2x + 5 = 2 + 4x + 3$

d) $4x - 5 = 3x - 2 + x - 5$

b) $3x - 5 = 2x + 4 + x - 9$

e) $9x - 11 = 4x + 6 + 5x + 5$

c) $3x + 8 = 5x + 2$

f) $6x + 2x + 4 = 3x + 3 - 5x - 9$

a) $2x + 5 = 2 + 4x + 3 \rightarrow 2x + 5 = 4x + 5 \rightarrow 2x - 4x = 5 - 5 \rightarrow x = 0$

b) $3x - 5 = 2x + 4 + x - 9 \rightarrow 3x - 5 = 3x - 5 \rightarrow$ Identitat

c) $3x + 8 = 5x + 2 \rightarrow 3x - 5x = 2 - 8 \rightarrow -2x = -6 \rightarrow x = 3$

d) $4x - 5 = 3x - 2 + x - 5 \rightarrow 4x - 5 = 4x - 7 \rightarrow 4x - 4x = -7 + 5 \rightarrow$
 $\rightarrow 0x = -2 \rightarrow$ Equació incompatible

e) $9x - 11 = 4x + 6 + 5x + 5 \rightarrow 9x - 11 = 9x + 11 \rightarrow$
 $\rightarrow 9x - 9x = 11 + 11 \rightarrow 0x = 22 \rightarrow$ Equació incompatible

f) $6x + 2x + 4 = 3x + 3 - 5x - 9 \rightarrow 8x + 4 = -2x - 6 \rightarrow x = -1$

013 Indica si el pas és correcte o no.

a) $2x + 5x = 2x + 4 \rightarrow 5x = 4$

b) $3x - 5 = x - 9 \rightarrow 4x = -4$

a) $2x + 5x - 2x = 4 \rightarrow 5x = 4$. Sí que és correcte.

b) $3x - x = -9 + 5 \rightarrow 2x = -4$. No és correcte.

014 Què passa quan en els dos membres d'una equació apareix el mateix terme?

Aleshores podem eliminar-lo dels dos membres, perquè si en transposem un ens quedaria la suma d'un dels dos més el seu oposat.

015 Resol:

a) $x - 5(x - 2) = 6x$

b) $120 = 2x - (15 - 7x)$

a) $x - 5(x - 2) = 6x \rightarrow x - 5x + 10 = 6x \rightarrow -4x + 10 = 6x \rightarrow$
 $\rightarrow 10 = 6x + 4x \rightarrow 10 = 10x \rightarrow x = 1$

b) $120 = 2x - (15 - 7x) \rightarrow 120 = 2x - 15 + 7x \rightarrow 120 = 9x - 15 \rightarrow$
 $\rightarrow 120 + 15 = 9x \rightarrow 135 = 9x \rightarrow x = 15$

016 Calcula el valor de x .

a) $\frac{x + 2}{2} = \frac{x + 3}{3}$

b) $\frac{x}{2} - \frac{2x + 7}{5} = 5$

c) $\frac{x}{4} + 5 = \frac{7x}{12}$

a) $\frac{x + 2}{2} = \frac{x + 3}{3} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(2, 3) = 6} 6 \cdot \frac{x + 2}{2} = 6 \cdot \frac{x + 3}{3} \rightarrow$
 $\rightarrow 3(x + 2) = 2(x + 3) \rightarrow 3x + 6 = 2x + 6 \rightarrow 3x - 2x = 6 - 6 \rightarrow x = 0$

b) $\frac{x}{2} - \frac{2x + 7}{5} = 5 \rightarrow 10 \cdot \frac{x}{2} - 10 \cdot \frac{(2x + 7)}{5} = 10 \cdot 5 \rightarrow$
 $\xrightarrow{\text{m.c.m.}(2, 5) = 10}$
 $\rightarrow 5x - 2(2x + 7) = 50 \rightarrow 5x - 4x - 14 = 50 \rightarrow x = 50 + 14 \rightarrow x = 64$

c) $\frac{x}{4} + 5 = \frac{7x}{12} \rightarrow 12 \cdot \frac{x}{4} + 12 \cdot 5 = 12 \cdot \frac{7x}{12} \rightarrow 3x + 60 = 7x \rightarrow$
 $\xrightarrow{\text{m.c.m.}(4, 12) = 12}$
 $\rightarrow 60 = 7x - 3x \rightarrow 60 = 4x \rightarrow x = \frac{60}{4} = 15$

Equacions de primer i segon grau

017 Resol aquestes equacions:

a) $\frac{4(x-1)}{3} - \frac{2(x-3)}{6} = 5$

b) $2x + \frac{(x+5)}{6} - \frac{3(x+4)}{8} = 7 - 3x$

a) $\frac{4(x-1)}{3} - \frac{2(x-3)}{6} = 5 \rightarrow 6 \cdot \frac{4(x-1)}{3} - 6 \cdot \frac{2(x-3)}{6} = 6 \cdot 5 \rightarrow$
 m.c.m. (3, 6) = 6
 $\rightarrow 8(x-1) - 2(x-3) = 30 \rightarrow 8x - 8 - 2x + 6 = 30 \rightarrow$
 $\rightarrow 6x - 2 = 30 \rightarrow 6x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$

b) $2x + \frac{(x+5)}{6} - \frac{3(x+4)}{8} = 7 - 3x \rightarrow$
 $\text{m.c.m. (6, 8) = 24}$
 $\rightarrow 24 \cdot 2x + 24 \cdot \frac{(x+5)}{6} - 24 \cdot \frac{3(x+4)}{8} = 24(7 - 3x) \rightarrow$
 $\rightarrow 48x + 4(x+5) - 9(x+4) = 24(7 - 3x) \rightarrow$
 $\rightarrow 48x + 4x + 20 - 9x - 36 = 168 - 72x \rightarrow$
 $\rightarrow 43x - 16 = 168 - 72x \rightarrow 43x + 72x = 168 + 16 \rightarrow$
 $\rightarrow 115x = 184 \rightarrow x = \frac{184}{115} = \frac{8}{5}$

018 Escriu una equació de primer grau amb parèntesis i denominadors que tingui com a solució $x = -1$.

$$\frac{x+3}{2} + 2(x+1) = \frac{4-x}{5}$$

019 Resol:

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$

d) $x^2 - 9x + 14 = 0$

b) $x^2 - 9x + 18 = 0$

e) $x^2 - 6x + 8 = 0$

c) $2x^2 - 8x + 8 = 0$

f) $3x^2 + 12x + 9 = 0$

a) $x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 12}}{2} =$
 $= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} 4 \\ 3 \end{cases}$

b) $x^2 - 9x + 18 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 18}}{2} =$
 $= \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{9 \pm 3}{2} = \begin{cases} 6 \\ 3 \end{cases}$

$$c) 2x^2 - 8x + 8 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8}}{4} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$d) x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 14}}{2} =$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2} = \begin{matrix} 7 \\ 2 \end{matrix}$$

$$e) x^2 - 6x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 8}}{2} =$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix}$$

$$f) 3x^2 + 12x + 9 = 0 \rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 3 \cdot 9}}{2 \cdot 3} =$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 108}}{6} = \frac{-12 \pm \sqrt{36}}{6} = \frac{-12 \pm 6}{6} = \begin{matrix} -1 \\ -3 \end{matrix}$$

020 Expressa de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ i resol:

a) $x^2 - x = 20$ b) $2x^2 = 48 - 10x$ c) $3x^2 - 8 = -2x$ d) $x^2 + 9 = 10x$

$$a) x^2 - x - 20 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 + 4 \cdot 20}}{2} =$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} = \begin{matrix} 5 \\ -4 \end{matrix}$$

$$b) 2x^2 = 48 - 10x \rightarrow 2x^2 + 10x - 48 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 2 \cdot 48}}{2 \cdot 2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 384}}{4} =$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{484}}{4} = \frac{-10 \pm 22}{4} = \begin{matrix} 3 \\ -8 \end{matrix}$$

$$c) 3x^2 - 8 = -2x \rightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 4 \cdot 3 \cdot 8}}{2 \cdot 3} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 96}}{6} =$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{-2 \pm 10}{6} = \begin{matrix} 8/6 = 4/3 \\ -2 \end{matrix}$$

$$d) x^2 + 9 = 10x \rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 9}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} =$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{matrix} 9 \\ 1 \end{matrix}$$

Equacions de primer i segon grau

021 Resol aquestes equacions:

a) $2x^2 - 98 = 0$

b) $5x^2 + 20x = 0$

$$a) 2x^2 - 98 = 0 \rightarrow 2x^2 = 98 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm\sqrt{49} = \begin{cases} 7 \\ -7 \end{cases}$$

$$b) 5x^2 + 20x = 0 \rightarrow x^2 + 4x = 0 \rightarrow x(x+4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ x + 4 = 0 \rightarrow x_2 = -4 \end{cases}$$

D'una altra manera:

$$5x^2 + 20x = 0 \rightarrow x = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0}}{10} \rightarrow x = \frac{-20 \pm \sqrt{400}}{10} = \\ = \frac{-20 \pm 20}{10} = \begin{cases} 0 \\ -4 \end{cases}$$

022 Determina el nombre de solucions de les equacions de segon grau.

a) $x^2 - 7x - 12 = 0$

b) $x^2 + 9x + 18 = 0$

c) $3x^2 - x + 12 = 0$

a) $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49 + 48 = 97 > 0 \rightarrow$ Té 2 solucions.

b) $\Delta = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 81 - 72 = 9 > 0 \rightarrow$ Té 2 solucions.

c) $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 1 - 144 = -143 < 0 \rightarrow$ No té solució.

023 Quantes solucions tenen aquestes equacions de segon grau?

Calcula'n el valor.

a) $x^2 - 6x + 4 = 0$

d) $x^2 - 5x + 9 = 0$

b) $2x^2 = 4 - 10x$

e) $7x^2 + 1 = 6x$

c) $3x^2 = 6x$

f) $8x^2 = -3$

$$a) x^2 - 6x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 16}}{2} =$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2} = \begin{cases} \frac{6 + \sqrt{20}}{2} \\ \frac{6 - \sqrt{20}}{2} \end{cases}$$

b) $2x^2 = 4 - 10x \rightarrow 2x^2 + 10x - 4 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 32}}{4} =$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{132}}{4} = \begin{cases} \frac{-10 + \sqrt{132}}{4} \\ \frac{-10 - \sqrt{132}}{4} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3x^2 = 6x \rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3} = \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{36}}{6} = \frac{6 \pm 6}{6} = \begin{cases} 2 \\ 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } x^2 - 5x + 9 = 0 \rightarrow x &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 9}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 36}}{2} = \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{-11}}{2} \rightarrow \text{No té solucions reals} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 7x^2 + 1 = 6x \rightarrow 7x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 7}}{2 \cdot 7} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 28}}{14} = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{14} = \\ &= \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{14} = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{7} = \begin{cases} \frac{3 + \sqrt{2}}{7} \\ \frac{3 - \sqrt{2}}{7} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{f) } 8x^2 = -3 \rightarrow x^2 = -\frac{3}{8} \rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{3}{8}} \rightarrow \text{No té solucions reals}$$

024 Calcula el valor del discriminant i les solucions en cada cas.

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$

c) $x^2 - 4x = -5$

b) $2x^2 - 20x = -50$

d) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{5}x = 0$

a) $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 > 0 \rightarrow$ Té 2 solucions.

b) $2x^2 - 20x + 50 = 0 \rightarrow x^2 - 10x - 25 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0 \rightarrow$
 \rightarrow Té 1 solució (doble).

c) $x^2 - 4x + 5 = 0 \rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 - 20 = -4 < 0 \rightarrow$
 \rightarrow No té solució.

d) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{5}x = 0 \rightarrow \Delta = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0 \rightarrow$ Té 2 solucions.

025 Escriu una equació de segon grau:

a) Amb dues solucions.

b) Amb una solució doble.

c) Sense solució.

a) $x^2 + 7x + 12 = 0 \rightarrow x_1 = -3, x_2 = -4$

b) $x^2 + 6x + 9 = 0 \rightarrow x = -3$ (doble)

c) $x^2 - 3x + 5 = 0 \rightarrow$ No té solucions reals.

Equacions de primer i segon grau

026 Resol:

a) $x^2 - 9x = 0$

f) $x^2 + 6x = 0$

b) $x^2 - 7x = 0$

g) $x^2 + 9x = 0$

c) $4x^2 - 5x = 0$

h) $10x^2 + 11x = 0$

d) $7x^2 = 6x$

i) $3x^2 = -4x$

e) $2x^2 - 32 = 0$

j) $3x^2 - 243 = 0$

$$a) x^2 - 9x = 0 \rightarrow x(x - 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 9 = 0 \rightarrow x_2 = 9 \end{cases}$$

$$b) x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(x - 7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 7 = 0 \rightarrow x_2 = 7 \end{cases}$$

$$c) 4x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(4x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 4x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = 5/4 \end{cases}$$

$$d) 7x^2 - 6x = 0 \rightarrow x(7x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 7x - 6 = 0 \rightarrow x_2 = 6/7 \end{cases}$$

$$e) 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

$$f) x^2 + 6x = 0 \rightarrow x(x + 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x + 6 = 0 \rightarrow x_2 = -6 \end{cases}$$

$$g) x^2 + 9x = 0 \rightarrow x(x + 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x + 9 = 0 \rightarrow x_2 = -9 \end{cases}$$

$$h) 10x^2 + 11x = 0 \rightarrow x(10x + 11) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 10x + 11 = 0 \rightarrow x_2 = -11/10 \end{cases}$$

$$i) 3x^2 + 4x = 0 \rightarrow x(3x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 3x + 4 = 0 \rightarrow x_2 = -4/3 \end{cases}$$

$$j) 3x^2 - 243 = 0 \rightarrow x^2 = 81 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = -9 \end{cases}$$

027 Calcula:

a) $900x^2 = 9$

c) $-x^2 = 3x - 10$

b) $5x(2x - 1) = 7x$

d) $(x - 2)(3x + 7) = 0$

$$a) 900x^2 = 9 \rightarrow x^2 = \frac{1}{100} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{100}} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1/10 \\ x_2 = -1/10 \end{cases}$$

$$b) 5x(2x - 1) = 7x \rightarrow 10x^2 - 5x - 7x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 + 4 \cdot 10 \cdot 30}}{2 \cdot 10} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 1.200}}{20} =$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{1.225}}{20} = \frac{5 \pm 35}{20} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -30/20 = -3/2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -x^2 &= 3x - 10 \rightarrow -x^2 - 3x + 10 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 + 4 \cdot 10}}{-2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{-2} = \frac{3 \pm 7}{-2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = 2 \end{cases} \\ \text{d) } (x - 2)(3x + 7) &= 0 \rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x_1 = 2 \\ 3x + 7 = 0 \rightarrow x_2 = -7/3 \end{cases} \end{aligned}$$

028 Escriu una equació de segon grau amb algun coeficient igual a zero i dues solucions.

$$x^2 - 16 = 0 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

029 La suma de dos nombres és 48. Si un és la meitat de l'altre, quins nombres són?

Anomenem els dos nombres x i $2x$.

$$x + 2x = 48 \rightarrow 3x = 48 \rightarrow x = 16 \rightarrow 2x = 32$$

Els dos nombres són 16 i 32.

030 La Maria té 4 tebeos menys que la Sara. Si la Maria li'n dóna dos dels seus, la Sara en tindrà el triple que ella. Quants tebeos té cadascuna?

Tebeos de la Maria: x

Tebeos de la Sara: $x + 4$

$$\begin{aligned} x + 4 + 2 &= 3(x - 2) \rightarrow x + 4 + 2 = 3x - 6 \rightarrow x - 3x = -6 - 4 - 2 \rightarrow \\ &\rightarrow -2x = -12 \rightarrow x = 6 \end{aligned}$$

La Maria té 6 tebeos i la Sara en té 10.

031 Quaranta-tres persones assisteixen a una festa. Si marxessin 3 nois, hi hauria el triple de noies que de nois. Quants nois i noies hi ha?

Nre. de nois: x

Nre. de noies: $43 - x$

$$43 - x = 3(x - 3) \rightarrow 43 - x = 3x - 9 \rightarrow 43 = 4x - 9 \rightarrow 52 = 4x \rightarrow x = 13$$

Substituïm: $43 - 13 = 30$.

Hi ha 13 nois i 30 noies.

032 La suma de dos nombres consecutius senars çes 156. De quins nombres es tracta?

$$\text{Anomenem els dos nombres } x \text{ i } x + 2 \rightarrow x + x + 2 = 156 \rightarrow 2x = 154 \rightarrow x = 77$$

Per tant, els dos nombres són 77 i 79.

033 El producte d'un nombre pel doble d'aquest nombre és 288. Quin nombre és? Hi ha més d'una solució?

Nombre: x

$$x \cdot 2x = 288 \rightarrow 2x^2 = 288 \rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = \pm 12$$

Té dues solucions: 12 i -12.

Equacions de primer i segon grau

034 L'Albert té el doble d'edat que l'Anna. Si multipliquem les seves edats obtenim el nombre 512. Quina edat té cadascun?

Edat de l'Anna: x Edat de l'Albert: $2x$
 $x \cdot 2x = 512 \rightarrow 2x^2 = 512 \rightarrow x^2 = 256 \rightarrow x = \pm 16$
Com que l'edat és un nombre positiu, la solució és única.
L'Anna té 16 anys, i l'Albert 32.

035 La suma d'un nombre i el seu quadrat és 42. De quin nombre es tracta?

$x + x^2 = 42 \rightarrow x^2 + x - 42 = 0 \rightarrow$
$$\rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \cdot 42}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-1 \pm 13}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

Hi ha dues solucions:

Per a $x = 6 \rightarrow 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42$

Per a $x = -7 \rightarrow (-7)^2 + (-7) = 49 - 7 = 42$

036 El producte de les edats de la Lluïsa i el seu germà, que té 5 anys menys que ella, és 176. Quants anys tenen tots dos?

Edat de la Lluïsa: x
Edat del seu germà: $x - 5$ } $x(x - 5) = 176 \rightarrow x^2 - 5x - 176 = 0$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 + 4 \cdot 176}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 704}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{729}}{2} =$$
$$= \frac{5 \pm 27}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 16 \\ x_2 = -11 \end{cases}$$

La segona solució no és vàlida (una edat no pot ser negativa), així que la Lluïsa té 16 anys i el seu germà té $16 - 5 = 11$ anys.

037 Troba dos nombres consecutius que quan els multipliquem obtinguem com a resultat 380 unitats.

Anomenem els dos nombres x i $x + 1$.

$x(x + 1) = 380 \rightarrow x^2 + x - 380 = 0 \rightarrow$

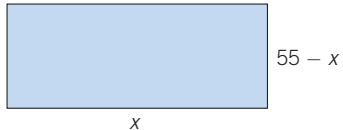
$$\rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \cdot 380}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1.521}}{2} = \frac{-1 \pm 39}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 19 \\ x_2 = -20 \end{cases}$$

Hi ha dues solucions:

Per a $x = 19 \rightarrow$ Els nombres són 19 i 20.

Per a $x = -20 \rightarrow$ Els nombres són -20 i -19 .

- 038** Per tancar una finca rectangular de 750 m^2 fem servir 110 m de tanca. Calcula les dimensions de la tanca.



Els costats mesuren x i $55 - x$.
L'àrea serà: $A = x(55 - x) = 750$.

Per trobar la mesura dels costats hem de resoldre l'equació de segon grau:

$$x(55 - x) = 750 \rightarrow 55x - x^2 = 750 \rightarrow x^2 + 55x - 750 = 0$$

$$x = \frac{-55 \pm \sqrt{55^2 - 4 \cdot 750}}{-2} = \frac{-55 \pm \sqrt{3.025 - 3.000}}{-2} =$$

$$= \frac{-55 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{-55 \pm 5}{-2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 25 \\ x_2 = 30 \end{cases}$$

ACTIVITATS

- 039** Determina si les igualtats algebraiques són identitats o equacions.

- a) $2x + 3 = 5(x - 1) - 3x + 8$
 b) $2x - 3x - 7 = 5x + 1 - x$
 c) $4x + 6 - x - 3x = 5 + 8x - 3 - 2x$
 d) $(x + 2)^2 - x^2 - 4x = 4$

a) $2x + 3 = 5(x - 1) - 3x + 8 \rightarrow 2x + 3 = 5x - 5 - 3x + 8 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x + 3 = 2x + 3 \rightarrow$ Identitat

b) $2x - 3x - 7 = 5x + 1 - x \rightarrow -x - 7 = 4x + 1 \rightarrow$ Equació

c) $4x + 6 - x - 3x = 5 + 8x - 3 - 2x \rightarrow 6 = 2 + 6x \rightarrow$ Equació

d) $(x + 2)^2 - x^2 - 4x = 4 \rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 - 4x = 4 \rightarrow 4 = 4 \rightarrow$
 \rightarrow Identitat

- 040** Indica els membres d'aquestes equacions:

- a) $2x + 3 = 5$
 b) $2x - 3x - 7 = 5x + x - 5x$
 c) $4x + 6 - x - 3x = 5 + 2x - 3 - 2x$
 d) $(x + 2) - (x^2 - 2) = 4$

a) $\underbrace{2x + 3}_{1r \text{ membre}} = \underbrace{5}_{2n \text{ membre}}$

b) $\underbrace{2x - 3x - 7}_{1r \text{ membre}} = \underbrace{5x + x - 5x}_{2n \text{ membre}}$

c) $\underbrace{4x + 6 - x - 3x}_{1r \text{ membre}} = \underbrace{5 + 2x - 3 - 2x}_{2n \text{ membre}}$

d) $\underbrace{(x + 2)}_{1r \text{ membre}} - \underbrace{(x^2 - 2)}_{2n \text{ membre}} = \underbrace{4}_{2n \text{ membre}}$

Equacions de primer i segon grau

041 Assenjala els termes de les equacions.

- a) $5x + 1 = 25$
 - b) $2x - x - 9 = x + 3x - 5x$
 - c) $4x + 6 = 76 + 12x + 3 - 2x$
 - d) $9(x + 7) - 3(x^2 - 2) = 4$
- a) $5x + 1 = 25 \rightarrow$ Termes: $5x, 1, 25$
b) $2x - x - 9 = x + 3x - 5x \rightarrow$ Termes: $2x, -x, -9, x, 3x, -5x$
c) $4x + 6 = 76 + 12x + 3 - 2x \rightarrow$ Termes: $4x, 6, 76, 12x, 3, -2x$
d) $9(x + 7) - 3(x^2 - 2) = 4 \rightarrow 9x + 63 - 3x^2 + 6 = 4 \rightarrow$
 \rightarrow Termes: $9x, 63, -3x^2, 6, 4$

042 Indica el grau de les equacions següents:

- a) $x^4 - 8 + x = 0$
 - b) $2x^2 + x = 0$
 - c) $3x^2 + 75 = 0$
 - d) $-4x^2 - 12x^5 = x^6$
- a) Grau 4. b) Grau 2. c) Grau 2. d) Grau 6.

043 Quin d'aquests nombres és la solució de l'equació $x(x - 1) = x^2 + x$?

- a) $x = 1$
 - b) $x = -1$
 - c) $x = 0$
 - d) $x = 2$
 - e) $x = -3$
 - f) $x = -2$
- La a solució és: c) $x = 0$, perquè $0(0 - 1) = 0 + 0$.

044 El valor 4 és la solució d'alguna d'aquestes equacions?

- a) $x^2 - 16 = 0$
 - b) $x + 4 = 0$
 - c) $x^2 - 4 = 8$
 - d) $x^2 - x + 8 = x + 4$
 - e) $x^3 - 124 = 0$
 - f) $x^2 - x + 8 = x + 4 - 8$
- a) Sí, $16 - 16 = 0$. d) No, $16 - 4 + 8 \neq 4 + 4$.
b) No, $4 + 4 \neq 0$. e) No, $64 - 128 \neq 0$.
c) No, $16 - 4 \neq 8$. f) No, $16 - 4 + 8 \neq 4 + 4 - 8$.

045 Escriu una equació:

- a) Amb dues incògnites i termes independents 5 i -3 .
 - b) Amb una incògnita i solució 7.
 - c) Amb incògnita z i solució -9 .
- a) $x - 3y + 5 = 2x + y - 3$
b) $2x - 5 = 9 \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7$
c) $1 - z = 10 \rightarrow -z = 10 - 1 = 9 \rightarrow z = -9$

046 Esbrina quines de les equacions següents tenen com a solució $x = 6$.

- a) $4x = 24$
 - b) $8x = 12$
 - c) $-x = \frac{4}{3}$
 - d) $3x = 32$
 - e) $-x = -6$
 - f) $4x = \frac{8}{3}$
- a) Sí, $x = 6$. c) No, $x = -\frac{4}{3}$. e) Sí, $x = 6$.
b) No, $x = \frac{3}{2}$. d) No, $x = \frac{32}{3}$. f) No, $x = \frac{2}{3}$.

047 Escriu dues equacions en cada cas.

- a) Que tinguin com a solució $x = 3$.
 b) Que tinguin com a solució $x = -2$.
 c) Que tinguin com a solució $x = 5$.
 d) Que tinguin com a solució $x = -1$.
- a) $2x = 6$ i $3x + 6 = 15$
 b) $3x = -6$ i $9 - 2x = 13$
 c) $x - 5 = 0$ i $2x = 10$
 d) $x + 1 = 0$ i $3x = -3$

048 Resol:

- a) $10 - x = 3$
 b) $9 + x = 2$
 c) $-12 - x = 3$
 d) $16 + 3x = -12$
 e) $4x + 5 = 11$
 f) $3x + 7 = 14$
 g) $-5 + 20x = 95$
 h) $-9 - 11x = 2$

- a) $10 - x = 3 \rightarrow 10 - 3 = x \rightarrow x = 7$
 b) $9 + x = 2 \rightarrow 9 + x - 9 = 2 - 9 \rightarrow x = -7$
 c) $-12 - x = 3 \rightarrow -12 - x + 12 = 3 + 12 \rightarrow -x = 15 \rightarrow x = -15$
 d) $16 + 3x = -12 \rightarrow 16 + 3x - 16 = -12 - 16 \rightarrow 3x = -28 \rightarrow x = -\frac{28}{3}$
 e) $4x + 5 = 11 \rightarrow 4x = 11 - 5 \rightarrow 4x = 6 \rightarrow x = \frac{3}{2}$
 f) $3x + 7 = 14 \rightarrow 3x = 14 - 7 \rightarrow 3x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{3}$
 g) $-5 + 20x = 95 \rightarrow 20x = 95 + 5 \rightarrow x = \frac{200}{20} = 5$
 h) $-9 - 11x = 2 \rightarrow -11x = 2 + 9 \rightarrow x = \frac{11}{-11} = -1$

049 Troba la solució d'aquestes equacions:

- a) $4x + 5 = -3x + 12$
 b) $3x + 7 = 2x + 16$
 c) $5 + 20x = 7 + 12x$
 d) $6x + 40 = 2x + 50$
 e) $-3x - 42 = -2x - 7$
 f) $3x - 50 = 10 - 2x$
 g) $9x + 8 = -7x + 16$
 h) $-5x - 13 = -2x - 4$
 i) $9x - 8 = 8x - 9$

- a) $4x + 5 = -3x + 12 \rightarrow 4x + 3x = 12 - 5 \rightarrow 7x = 7 \rightarrow x = 1$
 b) $3x + 7 = 2x + 16 \rightarrow 3x - 2x = 16 - 7 \rightarrow x = 9$
 c) $5 + 20x = 7 + 12x \rightarrow 20x - 12x = 7 - 5 \rightarrow 8x = 2 \rightarrow x = \frac{1}{4}$
 d) $6x + 40 = 2x + 50 \rightarrow 6x - 2x = 50 - 40 \rightarrow 4x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$
 e) $-3x - 42 = -2x - 7 \rightarrow -3x + 2x = -7 + 42 \rightarrow -x = 35 \rightarrow x = -35$
 f) $3x - 50 = 10 - 2x \rightarrow 3x + 2x = 10 + 50 \rightarrow 5x = 60 \rightarrow x = 12$
 g) $9x + 8 = -7x + 16 \rightarrow 9x + 7x = 16 - 8 \rightarrow 16x = 8 \rightarrow x = \frac{1}{2}$
 h) $-5x - 13 = -2x - 4 \rightarrow -5x + 2x = -4 + 13 \rightarrow -3x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{-3} = -3$
 i) $9x - 8 = 8x - 9 \rightarrow 9x - 8x = -9 + 8 \rightarrow x = -1$

Equacions de primer i segon grau

050 Corregeix els errors en la resolució de l'equació.



En el tercer pas, quan s'aïlla la x , el 5 ha de passar dividint amb el mateix signe amb què multiplica la x , que, en aquest cas, és positiu, $x = \frac{10}{5} = 2$.

051 FES-HO AIXÍ

COM RESOLEM UNA EQUACIÓ AMB PARÈNTESIS?

Resol $3(4 - 2x) - 2(3x - 1) = 2$.

PRIMER. Eliminem els parèntesis. Hem de tenir en compte que si hi ha un signe menys davant d'un parèntesi hem de canviar tots els signes de l'interior.

$$\begin{aligned}3(4 - 2x) - 2(3x - 1) &= 2 \\3 \cdot 4 - 3 \cdot 2x - 2 \cdot 3x + 2 \cdot 1 &= 2 \\12 - 6x - 6x + 2 &= 2\end{aligned}$$

SEGON. Agrupem els termes amb x en un membre i els nombres a l'altre.

$$12 - 6x - 6x + 2 = 2 \rightarrow 12 + 2 - 2 = 6x + 6x$$

TERCER. Reduïm els termes semblants.

$$12 + 2 - 2 = 6x + 6x \rightarrow 12 = 12x$$

CUART. Aïllem la x .

$$12 = 12x \rightarrow x = \frac{12}{12} = 1$$

052 Resol:



- a) $6(x + 11) = 40 + 6(x + 2)$ d) $120 = 2x - (15 - 7x)$
b) $2(x - 17) = x - 3(12 - 2x)$ e) $5(x + 4) = 7(x - 2)$
c) $x - 5(x - 2) = 6$ f) $3(x + 7) - 6 = 2(x + 8)$

a) $6(x + 11) = 40 + 6(x + 2) \rightarrow 6x + 66 = 40 + 6x + 12 \rightarrow$
 $\rightarrow 6x + 66 = 6x + 52 \rightarrow 6x - 6x = 52 - 66 \rightarrow$
 $\rightarrow 0x = 14 \rightarrow$ No té solució

b) $2(x - 17) = x - 3(12 - 2x) \rightarrow 2x - 34 = x - 36 + 6x \rightarrow$
 $\rightarrow 2x - 34 = 7x - 36 \rightarrow 2x - 7x = -36 + 34 \rightarrow -5x = -2 \rightarrow x = \frac{2}{5}$

c) $x - 5(x - 2) = 6 \rightarrow x - 5x + 10 = 6 \rightarrow -4x = -4 \rightarrow x = 1$

d) $120 = 2x - (15 - 7x) \rightarrow 120 = 2x - 15 + 7x \rightarrow 120 + 15 = 9x \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{135}{9} = 15$

e) $5(x + 4) = 7(x - 2) \rightarrow 5x + 20 = 7x - 14 \rightarrow 5x - 7x = -14 - 20 \rightarrow$
 $\rightarrow -2x = -34 \rightarrow x = 17$

f) $3(x + 7) - 6 = 2(x + 8) \rightarrow 3x + 21 - 6 = 2x + 16 \rightarrow$
 $\rightarrow 3x + 15 = 2x + 16 \rightarrow 3x - 2x = 16 - 15 \rightarrow x = 1$

053 Resol aquestes equacions:

a) $\frac{4x}{20} = 3$ c) $\frac{-2x}{3} = 4$ e) $\frac{9x}{3} = -5$
 b) $\frac{3x}{6} = -21$ d) $\frac{7x}{4} = 28$ f) $\frac{-3x}{2} = -25$

a) $\frac{4x}{20} = 3 \rightarrow 4x = 3 \cdot 20 \rightarrow 4x = 60 \rightarrow x = 15$

b) $\frac{3x}{6} = -21 \rightarrow 3x = -21 \cdot 6 \rightarrow 3x = -126 \rightarrow x = -\frac{126}{3} = -42$

c) $\frac{-2x}{3} = 4 \rightarrow -2x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{-2} = -6$

d) $\frac{7x}{4} = 28 \rightarrow 7x = 28 \cdot 4 \rightarrow x = \frac{112}{7} = 16$

e) $\frac{9x}{3} = -5 \rightarrow 9x = -15 \rightarrow x = \frac{-15}{9} = -\frac{5}{3}$

f) $\frac{-3x}{2} = -25 \rightarrow -3x = -50 \rightarrow x = \frac{50}{3}$

054 Escriu una equació:

- a) Que tingui un parèntesi i solució -1 .
 b) Que tingui denominador i solució 3 .
 c) Que tingui dos parèntesis i solució 4 .

a) $\frac{3(x-3)}{2} = -6$ b) $\frac{x-5}{2} = -1$ c) $3(x-1) - 6(5-x) = 3$

055 Resol:

a) $\frac{x-2}{5} = 1$ c) $\frac{3x}{2} + 20 = x + 25$

b) $\frac{3x+15}{6} = -7$ d) $\frac{3x}{4} - 1 = 12 - 3x$

a) $\frac{x-2}{5} = 1 \rightarrow x-2 = 5 \rightarrow x = 5+2 = 7$

b) $\frac{3x+15}{6} = -7 \rightarrow 3x+15 = -42 \rightarrow 3x = -57 \rightarrow x = \frac{-57}{3} = -19$

c) $\frac{3x}{2} + 20 = x + 25 \rightarrow \frac{3x}{2} - x = 25 - 20 \rightarrow \frac{1}{2}x = 5 \rightarrow x = 2 \cdot 5 = 10$

d) $\frac{3x}{4} - 1 = 12 - 3x \rightarrow \frac{3x}{4} + 3x = 12 + 1 \rightarrow \frac{3+12}{4}x = 13 \rightarrow$

$\rightarrow 15x = 13 \cdot 4 \rightarrow x = \frac{52}{15}$

Equacions de primer i segon grau

056 **Calcula el valor de x .**

a) $\frac{3x}{5} + 7 = \frac{2x}{6} + 9$

d) $\frac{x+8}{2} - \frac{x-4}{6} = 2$

b) $\frac{x+2}{3} = 5x - 46$

e) $\frac{x-5}{5} + \frac{8-x}{2} + \frac{2x-10}{2} = 3$

c) $x - \frac{x+4}{5} = 1 + \frac{x}{2}$

f) $\frac{x-10}{2} - \frac{x-20}{4} - \frac{x-30}{3} = 5$

a) $\frac{3x}{5} + 7 = \frac{2x}{6} + 9 \rightarrow \frac{3x}{5} - \frac{2x}{6} = 9 - 7 \rightarrow \left(\frac{3 \cdot 6 - 2 \cdot 5}{30} \right) x = 2 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{8}{30} x = 2 \rightarrow x = \frac{2 \cdot 30}{8} = \frac{15}{2}$ m.c.m. (5, 6) = 30

b) $\frac{x+2}{3} = 5x - 46 \rightarrow x + 2 = 15x - 138 \rightarrow x - 15x = -138 - 2 \rightarrow$
 $\rightarrow -14x = -140 \rightarrow x = 10$

c) $x - \frac{x+4}{5} = 1 + \frac{x}{2} \rightarrow 10x - 2(x+4) = 10 + 5x \rightarrow$
m.c.m. (5, 2) = 10
 $\rightarrow 10x - 2x - 8 = 10 + 5x \rightarrow 8x - 8 = 10 + 5x \rightarrow$
 $\rightarrow 8x - 5x = 10 + 8 \rightarrow 3x = 18 \rightarrow x = 6$

d) $\frac{x+8}{2} - \frac{x-4}{6} = 2 \rightarrow 6 \cdot \frac{(x+8)}{2} - 6 \cdot \frac{(x-4)}{6} = 6 \cdot 2 \rightarrow$
m.c.m. (2, 6) = 6
 $\rightarrow 3(x+8) - (x-4) = 12 \rightarrow 3x + 24 - x + 4 = 12 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x + 28 = 12 \rightarrow 2x = 12 - 28 \rightarrow x = \frac{-16}{2} = -8$

e) $\frac{x-5}{5} + \frac{8-x}{2} + \frac{2x-10}{2} = 3 \rightarrow$ m.c.m. (5, 2) = 10
 $\rightarrow 10 \cdot \frac{(x-5)}{5} + 10 \cdot \frac{(8-x)}{2} + 10 \cdot \frac{(2x-10)}{2} = 10 \cdot 3 \rightarrow$
 $\rightarrow 2(x-5) + 5(8-x) + 5(2x-10) = 30 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x - 10 + 40 - 5x + 10x - 50 = 30 \rightarrow$
 $\rightarrow 7x - 20 = 30 \rightarrow 7x = 50 \rightarrow x = \frac{50}{7}$

f) $\frac{x-10}{2} - \frac{x-20}{4} - \frac{x-30}{3} = 5 \rightarrow$ m.c.m. (2, 4, 3) = 12
 $\rightarrow 12 \cdot \frac{(x-10)}{2} - 12 \cdot \frac{(x-20)}{4} - 12 \cdot \frac{(x-30)}{3} = 12 \cdot 5 \rightarrow$
 $\rightarrow 6(x-10) - 3(x-20) - 4(x-30) = 60 \rightarrow$
 $\rightarrow 6x - 60 - 3x + 60 - 4x + 120 = 60 \rightarrow$
 $\rightarrow -x + 120 = 60 \rightarrow -x = 60 - 120 = -60 \rightarrow x = 60$

057 Troba la solució d'aquestes equacions:

$$\text{a) } \frac{2x - 10}{3} - \frac{3(x - 12)}{4} = -1$$

$$\text{d) } \frac{3 - x}{7} - x = \frac{3 + 2(x - 1)}{14}$$

$$\text{b) } \frac{-3x - 3}{5} = 3 - 4(x + 2)$$

$$\text{e) } \frac{4x - 6}{10} + 2x = 21 - \frac{3(x + 1)}{12}$$

$$\text{c) } \frac{2x - 5}{5} + \frac{x + 1}{4} = 20 - x$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2x - 10}{3} - \frac{3(x - 12)}{4} = -1 &\rightarrow 12 \cdot \frac{(2x - 10)}{3} - 12 \cdot \frac{3(x - 12)}{4} = -12 \rightarrow \\ &\text{m.c.m. (3, 4) = 12} \\ &\rightarrow 4(2x - 10) - 9(x - 12) = -12 \rightarrow 8x - 40 - 9x + 108 = -12 \rightarrow \\ &\rightarrow -x + 68 = -12 \rightarrow -x = -12 - 68 = -80 \rightarrow x = 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{-3x - 3}{5} = 3 - 4(x + 2) &\rightarrow 5 \cdot \frac{-3x - 3}{5} = 15 - 20(x + 2) \rightarrow \\ &\rightarrow -3x - 3 = 15 - 20x - 40 \rightarrow -3x + 20x = -25 + 3 \rightarrow \\ &\rightarrow 17x = -22 \rightarrow x = -\frac{22}{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{2x - 5}{5} + \frac{x + 1}{4} = 20 - x &\rightarrow \\ &\text{m.c.m. (5, 4) = 20} \\ &\rightarrow 20 \cdot \frac{(2x - 5)}{5} + 20 \cdot \frac{(x + 1)}{4} = 20(20 - x) \rightarrow \\ &\rightarrow 4(2x - 5) + 5(x + 1) = 20(20 - x) \rightarrow 8x - 20 + 5x + 5 = 400 - 20x \rightarrow \\ &\rightarrow 13x + 20x = 400 + 15 \rightarrow 33x = 415 \rightarrow x = \frac{415}{33} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3 - x}{7} - x = \frac{3 + 2(x - 1)}{14} &\rightarrow 14 \cdot \frac{3 - x}{7} - 14x = 14 \cdot \frac{3 + 2(x - 1)}{14} \rightarrow \\ &\rightarrow 2(3 - x) - 14x = 3 + 2(x - 1) \rightarrow \\ &\rightarrow 6 - 2x - 14x = 3 + 2x - 2 \rightarrow 6 - 16x = 1 + 2x \rightarrow \\ &\rightarrow -16x - 2x = 1 - 6 \rightarrow -18x = -5 \rightarrow x = \frac{5}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{4x - 6}{10} + 2x = 21 - \frac{3(x + 1)}{12} &\rightarrow \\ &\text{m.c.m. (10, 12) = 60} \\ &\rightarrow 60 \cdot \frac{4x - 6}{10} + 60 \cdot 2x = 60 \cdot 21 - 60 \cdot \frac{3(x + 1)}{12} \rightarrow \\ &\rightarrow 6(4x - 6) + 120x = 1.260 - 15(x + 1) \rightarrow \\ &\rightarrow 24x - 36 + 120x = 1.260 - 15x - 15 \rightarrow \\ &\rightarrow 144x + 15x = 1.245 + 36 \rightarrow 159x = 1.281 \rightarrow x = \frac{1.281}{159} = \frac{427}{53} \\ &\quad \quad \quad \uparrow \\ &\quad \quad \quad (:3) \end{aligned}$$

Equacions de primer i segon grau

- 058** Està ben resolta aquesta equació? Esbrina-ho comprovant-ne la solució.
●● Corregeix els errors que s'han comès.

$$\frac{4x - 2}{7} = 2x - \frac{x - 1}{4}$$

- 1r Calculem el m.c.m. m.c.m. (7, 4) = 28
2n Multipliquem per 28. 4(4x - 2) = 2x - 7(x - 1)
3r Eliminem els parèntesis. 16x - 2 = 2x - 7x - 7
4t Transposem els termes. 16x - 2x + 7x = -7 + 2
5è Reduïm els termes. 15x = -5
6è Aïllem la x. $x = \frac{15}{-5} = -3$

2n No s'ha multiplicat 2x per 2:

$$4(4x - 2) = 56x - 7(x - 1)$$

3r La propietat distributiva està mal aplicada:

$$16x - 8 = 56x - 7x + 7$$

4t $14x - 56x + 7x = 7 + 8$

5è S'ha sumat malament:

$$-35x = 15$$

6è S'ha aïllat malament la x:

$$x = -\frac{15}{35} = -\frac{3}{7}$$

- 059** Resol:

●●

a) $\frac{2(x + 5)}{2} = \frac{(x + 1)(x - 3)}{3}$

b) $\frac{x}{6} - \frac{x}{3} - \frac{4(x - 1)}{2} = \frac{5(x - 2)}{2}$

c) $\frac{2x - 3(x - 5)}{2} = \frac{x - 3}{4}$

a) $3(x + 5) = (x + 1)(x - 3) \rightarrow 3x + 15 = x^2 - 2x - 3 \rightarrow x^2 - 5x - 18 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 72}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{97}}{2} \\ x_2 = \frac{5 - \sqrt{97}}{2} \end{cases}$$

b) $x - 2x - 12(x - 1) = 15(x - 2) \rightarrow x - 2x - 12x + 12 = 15x - 30 \rightarrow$
 $\rightarrow -28x = -42 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

c) $2(2x - 3(x - 5)) = x - 3 \rightarrow 4x - 6x + 30 = x - 3 \rightarrow -3x = -33 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 11$

060 Resol les equacions de segon grau aplicant la fórmula general.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

e) $x^2 - 2x + 1 = 0$

b) $2x^2 - 4x + 13 = 0$

f) $7x^2 - 3x + 1 = 0$

c) $x^2 + 8x + 16 = 0$

g) $-x^2 - 4x + 5 = 0$

d) $3x^2 + 2x - 16 = 0$

$$a) x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

$$b) x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 104}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{-88}}{4} \rightarrow \text{No té solució}$$

$$c) x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2} = -4 \text{ (doble)}$$

$$d) x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2+14}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{-2-14}{6} = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

$$e) x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = 1 \text{ (doble)}$$

$$f) x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 28}}{14} = \frac{3 \pm \sqrt{-19}}{14} \rightarrow \text{No té solució}$$

$$g) x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 36}}{-2} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-4+6}{2} = 1 \\ x_2 = \frac{-4-6}{2} = -5 \end{cases}$$

061 Esbrina, sense resoldre-les, el nombre de solucions d'aquestes equacions:

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$

e) $x^2 + 8x + 16 = 0$

b) $-2x^2 - 6x + 8 = 0$

f) $2x^2 - 4x + 13 = 0$

c) $x^2 - 8x + 16 = 0$

g) $7x^2 - 3x + 1 = 0$

d) $-x^2 + x + 1 = 0$

a) $\Delta = 25 - 24 = 1 > 0$: 2 solucions.

b) $\Delta = 36 + 64 = 100 > 0$: 2 solucions.

c) $\Delta = 64 - 64 = 0$: 1 solució.

d) $\Delta = 1 + 4 = 5 > 0$: 2 solucions.

e) $\Delta = 64 - 64 = 0$: 1 solució.

f) $\Delta = 16 - 104 = -88 < 0$: no té solució.

g) $\Delta = 9 - 28 = -19 < 0$: no té solució.

Equacions de primer i segon grau

062 Determina el nombre de solucions de les equacions següents:

- a) $x^2 - 1 = 0$
- b) $x^2 + 2x = 0$
- c) $x^2 - 4x + 4 = 0$
- d) $x^2 + 8x + 16 = 0$
- e) $x^2 - x - 2 = 0$
- f) $x^2 = 7x - 12$
- g) $2x^2 - 4 + 3x = x^2 + 2 + 2x$

a) $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

b) $x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x_2 = -2 \end{cases}$

c) $x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = 2$

d) $x^2 + 8x + 16 = 0 \rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 16}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = -4$

e) $x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 + 4 \cdot 2}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} =$

$$= \frac{1 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 + 3}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -1 \end{cases}$$

f) $x^2 = 7x - 12 \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 12}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

g) $2x^2 - 4 + 3x = x^2 + 2 + 2x \rightarrow 2x^2 - x^2 + 3x - 2x - 4 - 2 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 6}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

063 Resol aquestes equacions de segon grau incompletes:

- a) $x^2 - 8 = 0$
- b) $2x^2 + 50 = 0$
- c) $3x^2 + 75x = 0$
- d) $x^2 - 16 = 0$
- e) $-8x^2 - 24x = 0$
- f) $-x^2 - x = 0$
- g) $x^2 - 1 = 0$
- h) $4x^2 - 2x = 0$

a) $x = \pm\sqrt{8}$

b) $x^2 = -25 \rightarrow$ No té solució

c) $3x(x + 25) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -25$

d) $x = \pm 4$

e) $-8x(x + 3) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -3$

f) $-x(x + 1) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1$

g) $x = \pm 1$

h) $2x(x - 1) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$

064 Resol les equacions amb el mètode més adequat.

a) $7x^2 = 63$

b) $x^2 - 24 = 120$

c) $x^2 - 25 = 0$

d) $x^2 = 10.000$

e) $x^2 - 3 = 22$

f) $5x^2 - 720 = 0$

g) $x^2 + 1 = \frac{5}{4}$

h) $x^2 - 36 = 100$

i) $2x^2 - 72 = 0$

j) $5x^2 - 3 = 42$

k) $9x^2 - 36 = 5x^2$

l) $2x^2 + 7x - 15 = 0$

a) $7x^2 = 63 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

b) $x^2 - 24 = 120 \rightarrow x^2 = 120 + 24 = 144 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \pm 12$

c) $x^2 - 25 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

d) $x^2 = 10.000 \rightarrow x = \pm 100$

e) $x^2 - 3 = 22 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

f) $5x^2 - 720 = 0 \rightarrow 5x^2 = 720 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = \pm 12$

g) $x^2 + 1 = \frac{5}{4} \rightarrow x^2 = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} \rightarrow$
 $\rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$

h) $x^2 - 36 = 100 \rightarrow x^2 = 100 + 36 = 136 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \pm \sqrt{136}$

i) $2x^2 - 72 = 0 \rightarrow 2x^2 = 72 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm 6$

j) $5x^2 - 3 = 42 \rightarrow 5x^2 = 45 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

k) $9x^2 - 36 = 5x^2 \rightarrow 9x^2 - 5x^2 = 36 \rightarrow 4x^2 = 36 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

l) $2x^2 + 7x - 15 = 0 \rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 120}}{4} =$

$$= \frac{-7 \pm 13}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ x_2 = -\frac{20}{4} = -5 \end{cases}$$

Equacions de primer i segon grau

065 Resol:

- a) $x^2 - 7x = 0$
- b) $x^2 + 3x = 0$
- c) $x^2 - 25x = 0$
- d) $x^2 - 10x = 0$
- e) $16x(x - 5) = 0$
- f) $3x^2 - 12x = 0$
- g) $3x = 4x^2 - 2x$
- h) $4x^2 = 5x$
- i) $25x^2 - 100x = 0$
- j) $6x^2 - 6x = 12x$

$$\text{a) } x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(x - 7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 7 = 0 \rightarrow x_2 = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(x + 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x + 3 = 0 \rightarrow x_2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{c) } x^2 - 25x = 0 \rightarrow x(x - 25) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 25 = 0 \rightarrow x_2 = 25 \end{cases}$$

$$\text{d) } x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(x - 10) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 10 = 0 \rightarrow x_2 = 10 \end{cases}$$

$$\text{e) } 16x(x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} 16x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = 5 \end{cases}$$

$$\text{f) } 3x^2 - 12x = 0 \rightarrow 3x(x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} 3x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 4 = 0 \rightarrow x_2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 3x = 4x^2 - 2x &\rightarrow 4x^2 - 2x - 3x = 0 \rightarrow 4x^2 - 5x = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x(4x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 4x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{5}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } 4x^2 = 5x &\rightarrow 4x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(4x - 5) = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 4x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{5}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{i) } 25x^2 - 100x = 0 \rightarrow 25x(x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} 25x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 4 = 0 \rightarrow x_2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{j) } 6x^2 - 6x = 12x &\rightarrow 6x^2 - 18x = 0 \rightarrow 6x(x - 3) = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} 6x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x_2 = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

066 FES-HO AIXÍ**COM RESOLEM LES EQUACIONS EN QUÈ UN PRODUCTE ÉS IGUAL A ZERO?****Resol l'equació $(x - 1)(x + 2) = 0$.**

Perquè un producte de diversos factors valgui zero, almenys un dels factors ha de ser zero.

PRIMER. Igualem a zero cadascun dels factors.

$$(x - 1)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases}$$

SEGON. Resolem les equacions que hem obtingut.

$$(x - 1)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

L'equació té dues solucions: $x_1 = 1$ i $x_2 = -2$.**067 Calcula sense aplicar la fórmula general.**

a) $(x + 2)(x_1 - 2) = 0$

b) $(x - 3)(x_2 + 3) = 0$

c) $(x + 3)(2x - 5)\left(5 - \frac{x}{2}\right) = 0$

d) $(x - 5)^2 = 0$

e) $(x - 2)^2 + x = x$

f) $x\left(\frac{3x}{4} - \frac{4}{5}\right)^2 = 0$

a) $\begin{cases} x + 2 = 0 \rightarrow x_1 = -2 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x_2 = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3 = 0 \rightarrow x_1 = -3 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x_2 = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 3 = 0 \rightarrow x_1 = -3 \\ 2x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{5}{2} \\ 5 - \frac{x}{2} \rightarrow x_3 = 10 \end{cases}$

d) $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$ (doble)

e) $(x - 2)^2 = 0 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$ (doble)

f) $\begin{cases} x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ \left(\frac{3x}{4} - \frac{4}{5}\right)^2 = 0 \rightarrow \frac{3x}{4} - \frac{4}{5} = 0 \rightarrow x_2 = \frac{16}{15} \text{ (doble)} \end{cases}$

Equacions de primer i segon grau

068 Resol les equacions següents:



a) $(x + 1)(x - 3) + 3 = 0$

e) $(2x + 3)(2x - 3) = 135$

b) $(x + 9)(x - 9) = 3(x - 27)$

f) $x^2 - \frac{23}{4}x = 18$

c) $x(3x - 2) = 65$

g) $x^2 - 7x + \frac{13}{4} = 0$

d) $4x - (x^2 - 4) = 2x - 4$

$$\begin{aligned} \text{a) } (x + 1)(x - 3) + 3 = 0 &\rightarrow x^2 + x - 3x - 3 + 3 = 0 \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x_2 = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (x + 9)(x - 9) = 3(x - 27) &\rightarrow x^2 - 81 = 3x - 81 \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x(x - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x_2 = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } x(3x - 2) = 65 &\rightarrow 3x^2 - 2x - 65 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 780}}{6} = \frac{2 \pm 28}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -13 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 4x - (x^2 - 4) = 2x - 4 &\rightarrow 4x - x^2 + 4 - 2x + 4 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow -x^2 + 2x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 4 \cdot 8}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{-2} = \\ &= \frac{-2 \pm 6}{-2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (2x + 3)(2x - 3) = 135 &\rightarrow 4x^2 - 9 = 135 \rightarrow 4x^2 = 144 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } x^2 - \frac{23}{4}x = 18 &\rightarrow x^2 - \frac{23}{4}x - 18 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{-(-23/4) \pm \sqrt{(-23/4)^2 + 4 \cdot 18}}{2} = \frac{23/4 \pm \sqrt{(529/16) + 72}}{2} = \\ &= \frac{23/4 \pm \sqrt{(529 + 1.152)/16}}{2} = \frac{23/4 \pm 41/4}{2} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{(23/4 + 41/4)}{2} = \frac{64/4}{2} = \frac{64}{8} = 8 \\ x_2 = \frac{(23/4 - 41/4)}{2} = \frac{-18/4}{2} = -\frac{9}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } x^2 - 7x + \frac{13}{4} = 0 &\rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 13/4}}{2} = \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 13}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{36}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{13}{2} \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

- 069** ●● **Escriu una equació de segon grau que tingui tots els coeficients diferents de zero i una solució doble.**

L'equació és $x^2 + 2x + 1 = 0$.

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

- 070** **FES-HO AIXÍ**

COM RESOLEM EQUACIONS DE SEGON GRAU AMB PARÈNTESIS I DENOMINADORS?

Resol $\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{3-4x}{4} = \frac{5+4x}{4}$.

PRIMER. Eliminem els denominadors. Calculem el m.c.m. dels denominadors i hi multipliquem els dos membres de l'equació.

$$\text{m.c.m. } (2, 4) = 4$$

$$4 \left(\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{3-4x}{4} \right) = 4 \left(\frac{5+4x}{4} \right)$$

$$2(x-1)^2 - (3-4x) = (5+4x)$$

SEGON. Traiem els parèntesis.

$$2(x^2 - 2x + 1) - 3 + 4x = 5 + 4x$$

$$2x^2 - 4x + 2 - 3 + 4x = 5 + 4x$$

TERCER. Passem tots els termes al primer membre i fem les operacions.

$$2x^2 - 4x + 2 - 3 + 4x - 5 - 4x = 0$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

QUART. Simplifiquem l'equació, si podem, i la resollem.

$$2x^2 - 4x - 6 = 0 \xrightarrow{\text{Dividim entre 2}} x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

CINQUÈ. Comprovem les solucions

$$\xrightarrow{x=3} \frac{(3-1)^2}{2} - \frac{3-4 \cdot 3}{4} = \frac{5+4 \cdot 3}{4} \rightarrow 2 + \frac{9}{4} = \frac{17}{4}$$

$$\xrightarrow{x=-1} \frac{(-1-1)^2}{2} - \frac{3-4(-1)}{4} = \frac{5+4(-1)}{4} \rightarrow 2 - \frac{7}{4} = \frac{1}{4}$$

Equacions de primer i segon grau

071 Resol les equacions següents:

a) $\frac{(x-2)^2}{3} + \frac{14x-5}{6} = \frac{11}{6}$

b) $\frac{(x-2)(x+2)}{5} - \frac{14x+35}{6} = \frac{52x+5}{10}$

c) $(2x+1)^2 = -1$

d) $(x-2) + (2x-1)(x-3) = x(3x-3) - 2x$

e) $(x-1)(x+2) = 2 + (x+3)(x-4)$

f) $\frac{3}{4}x^2 + \frac{4}{5}x = 0$

a) $2(x-2)^2 + 14x - 5 = 11 \rightarrow 2x^2 - 8x + 8 + 14x - 5 = 11 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 + 6x - 8 = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3+5}{2} = 1 \\ x_2 = \frac{-3-5}{2} = -4 \end{cases}$$

b) $12(x-2)(x+2) - 10(14x+35) = 6(52x+5) \rightarrow$
 $\rightarrow 12x^2 - 48 - 140x - 350 = 312x + 60 \rightarrow 12x^2 - 452x - 458 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 6x^2 - 226x - 229 = 0$

$$x = \frac{226 \pm \sqrt{51.076 + 5.496}}{12} = \frac{226 \pm \sqrt{56.572}}{12} \rightarrow \text{Té 2 solucions}$$

c) $4x^2 + 4x + 2 = 0 \rightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-8}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{4} \rightarrow \text{No té solució}$$

d) $x - 2 + 2x^2 - 7x + 3 = 3x^2 - 3x - 2x \rightarrow -x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{-2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{-2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{-2} \\ x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{-2} \end{cases}$$

e) $x^2 + x - 2 = 2 + x^2 - x - 12 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -4$

f) $x \left(\frac{3}{4}x + \frac{5}{4} \right) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ \frac{3}{4}x + \frac{5}{4} = 0 \rightarrow x_2 = \frac{-5}{3} \end{cases}$

072 Troba dos nombres consecutius que sumin 51.

Els dos nombres són x i $x+1 \rightarrow x + x + 1 = 51 \rightarrow 2x = 50 \rightarrow x = 25$
Per tant, els nombres són el 25 i el 26.

073 Calcula un nombre el doble i el triple del qual sumin 10.

El nombre és $x \rightarrow 2x + 3x = 10 \rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = 2$

074 ●● **Calcula un nombre que, quan hi sumis 4, resulti el doble del nombre menys una unitat.**

$$\text{El nombre és } x \rightarrow x + 4 = 2(x - 1) \rightarrow -x = -6 \rightarrow x = 6$$

075 ●● **Troba dos nombres consecutius si saps que la diferència dels seus quadrats és 567.**

Els dos nombres són x i $x + 1$.

$$(x + 1)^2 - x^2 = 567 \rightarrow x^2 + 2x + 1 - x^2 = 567 \rightarrow 2x = 566 \rightarrow x = 283$$

Els nombres són 283 i 284.

076 ●● **El preu d'un anell i el seu estoig és de 10.200 € i l'anell val 10.000 € més que l'estoig. Quin és el preu de cada article?**

$$\text{Estoig: } x. \text{ Anell: } x + 10.000 \rightarrow x + x + 10.000 = 10.200 \rightarrow 2x = 200 \rightarrow \\ \rightarrow x = 100. \text{ L'estoig val } 100 \text{ €, i l'anell } 10.100 \text{ €}.$$

077 ●● **Una bodega va exportar al gener la meitat dels seus barrils i, al cap de dos mesos, un terç dels que li quedaven. Quants barrils tenia al començament si ara hi ha 40.000 barrils?**

Barrils: x . Al gener exporta: $\frac{x}{2}$, i durant els dos mesos següents, $\frac{1}{3}\left(x - \frac{x}{2}\right)$.

$$x - \frac{x}{2} - \frac{1}{3}\left(x - \frac{x}{2}\right) = 40.000 \rightarrow \frac{x}{2} - \frac{x}{6} = 40.000 \rightarrow \frac{x}{3} = 40.000 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 120.000 \text{ barrils}$$

078 **FES-HO AIXÍ**

COM RESOLEM ELS PROBLEMES D'EDATS AMB EQUACIONS?

El gos de l'Àlex té 12 anys menys que ell. D'aquí a 4 anys, l'Àlex tindrà el triple de l'edat del seu gos. Quines edats tenen tots dos?

PRIMER. Plantejament.

	Edat de l'Àlex	Edat del gos
Actualment	x	$x - 12$
D'aquí a 4 anys	$x + 4$	$x - 12 + 4 = x - 8$

D'aquí a 4 anys, l'edat de l'Àlex serà el triple que la del gos: $x + 4 = 3(x - 8)$.

SEGON. Resolució.

$$x + 4 = 3(x - 8) \rightarrow x + 4 = 3x - 24 \rightarrow 28 = 2x \rightarrow x = 14$$

TERCER. Comprovació.

L'Àlex té 14 anys, i el seu gos $14 - 12 = 2$ anys.

En 4 anys, ell en tindrà 18, i el gos 6; $18 = 6 \cdot 3$.

Equacions de primer i segon grau

- 079** ●● En Miquel té 4 anys més que el seu cosí Ignasi i, d'aquí a 3 anys, entre tots dos sumaran 20 anys. Quants anys té cadascun?

Ignasi: x . Miquel: $x + 4 \rightarrow (x + 3) + (x + 4 + 3) = 20 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$
Ignasi: 5 anys. Miquel: 9 anys.

- 080** ●● Quina edat tinc ara si d'aquí a 12 anys tindrè el triple de l'edat que tenia fa 6 anys?

Edat actual: $x \rightarrow x + 12 = 3(x - 6) \rightarrow -2x = -30 \rightarrow x = 15$ anys

- 081** ●●● La Lúcia té tres fills. El petit té la meitat d'anys que el mitjà, i aquest té sis anys menys que el gran. Calcula les edats de tots tres, si saps que la suma de les edats que tenen ara és igual que l'edat de la seva cosina Anna, que és 12 anys més gran que el germà petit.

Gran: x Mitjà: $x - 6$ Petit: $\frac{x - 6}{2}$ Anna: $\frac{x - 6}{2} + 12$

$$x + x - 6 + \frac{x - 6}{2} = \frac{x - 6}{2} + 12 \rightarrow 2x = 18 \rightarrow x = 9$$

Gran: 9 anys. Mitjà: 3 anys. Petit: 1 any i mig.

- 082** FES-HO AIXÍ

COM RESOLEM ELS PROBLEMES DE BARREGES AMB EQUACIONS?

Disposem de dos tipus de te: un de Tailàndia, a 5,20 €/kg, i un altre de l'Índia, a 6,20 €/kg, i volem obtenir 100 kg de te a 6 €/kg. Quants quilos hem de barrejar de cada tipus?

PRIMER. Plantejament.

	Quilos	Preu
Te tailandès	x	$5,2x$
Te indi	$100 - x$	$6,2(100 - x)$
Barreja	100	$5,2x + 6,2(100 - x)$

$$\text{Preu per kg de barreja} = \frac{5,2x + 6,2(100 - x)}{100} = 6$$

SEGON. Resolució.

$$\frac{5,2x + 6,2(100 - x)}{100} = 6 \rightarrow 5,2x + 620 - 6,2x = 600 \rightarrow 20 = x$$

TERCER. Comprovació.

Necessitem 20 kg de te de Tailàndia i $100 - x = 80$ kg de te de l'Índia.

$$\text{El quilo de barreja val: } \frac{5,2 \cdot 20 + 6,2 \cdot 80}{100} = 6 \text{ €}.$$

- 083** Quants litres de llet de 0,75 €/ℓ hem de barrejar amb llet de 0,85 €/ℓ per aconseguir-ne 100 litres a 0,77 €/ℓ?

Llet de 0,75 €: x Llet de 0,85 €: $100 - x$
 $0,75x + 0,85(100 - x) = 100 \cdot 0,77 \rightarrow 85 - 0,1x = 77 \rightarrow x = 80$
 S'han de barrejar 80 litres a 0,75 €/ℓ i 20 litres a 0,85 €/ℓ.

- 084** En una fàbrica de maons barregen argila de 21 € la tona amb argila de 45 € la tona. Quantes tones de cada classe hem de fer servir per aconseguir 500 tones d'argila a 39 € la tona?

Argila a 21 €/t: x . Argila a 45 €/t: $500 - x \rightarrow 21x + 45(500 - x) = 500 \cdot 39 \rightarrow$
 $\rightarrow 22.500 - 24x = 19.500 \rightarrow x = 120 \rightarrow 120 \text{ t a } 21 \text{ €/t y } 380 \text{ t a } 45 \text{ €/t}$

- 085** En una papereria s'han venut 25 caixes de paper del tipus A i 14 caixes del tipus B per 7.700 €. Quin és el preu de la caixa de cada tipus

si el preu de la del tipus B és $\frac{5}{6}$ la del tipus A?

Tipus A: x Tipus B: $\frac{5}{6}x$
 $25x + 14 \cdot \frac{5}{6}x = 7.700 \rightarrow 75x + 35x = 23.100 \rightarrow 110x = 23.100 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 210$. Caixa del tipus A: 210 €. Caixa del tipus B: 175 €.

086 FES-HO AIXÍ

COM RESOLEM ELS PROBLEMES DE MOVIMENT AMB EQUACIONS?

Un camió surt d'una ciutat a una velocitat de 80 km/h i, dues hores més tard, surt un cotxe de la mateixa ciutat a 120 km/h. A quina distància de la ciutat el cotxe atraparà el camió?

PRIMER. Plantejament.

$x \rightarrow$ Temps que ha passat des que surt el cotxe fins que es troba amb el camió.

	Avantatge	Moment de la trobada
Distància que recorre el camió	$2 \cdot 80$	$2 \cdot 80 + 80x$
Distància que recorre el cotxe		$120x$

La distància recorreguda per tots dos vehicles quan es troben és la mateixa \rightarrow
 $\rightarrow 2 \cdot 80 + 80x = 120x$

SEGON. Resolució: $2 \cdot 80 + 80x = 120x \rightarrow 160 = 120x - 80x \rightarrow x = 4$

TERCER. Comprovació.

Es troben 4 hores després de la sortida del cotxe, és a dir, al cap de 6 hores de l'inici del vaitge del camió.

El camió, en 6 hores, recorre: $6 \cdot 80 = 480 \text{ km}$.

El cotxe, en 4 hores, recorre: $4 \cdot 120 = 480 \text{ km}$.

Equacions de primer i segon grau

- 087** ●●● L'Ester viatja de Sevilla a Barcelona amb cotxex. Surt a les 8 del matí i va a una velocitat constant de 90 km/h. A 110 km de Barcelona, en Joan agafa a la mateixa hora un autobús que viatja a 70 km/h en la mateixa direcció que l'Ester. A quina hora es troba l'Ester amb l'autobús? Quina distància ha recorregut cadascun?

El temps que triguen a trobar-se és x .

$$90x = 110 + 70x \rightarrow 20x = 110 \rightarrow x = 5,5 \text{ hores.}$$

Per tant, es troben a les 13 h 30 min. La distància que ha recorregut l'Ester és: $5,5 \cdot 90 = 495$ km. La d'en Joan: $495 - 110 = 385$ km.

- 088** ●●● A les 7 del matí, en Tomàs surt de Zamora amb direcció a Cadis, que estan a 660 km de distància, a 75 km/h. A la mateixa hora, la Natàlia surt de Cadis i es dirigeix a Zamora per la mateixa carretera que en Tomàs a una velocitat de 60 km/h. A quina hora es creuaran? I a quina distància estaran de Cadis?

Si x és el temps que triguen a trobar-se i tenint en compte

$$\text{que estan a una distància de 660 km: } 75x + 60x = 660 \rightarrow 135x = 660 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 4,888 \text{ hores} = 4 \text{ h } 53 \text{ min } 20 \text{ s. Es creuaran a les 11 h } 53 \text{ min } 20 \text{ s}$$

$$\text{i estaran a } 4,888 \cdot 60 = 293,333 \text{ km de Cadis.}$$

- 089** ●● Un terreny rectangular té una superfície de 1.739 m² i fa 10 m més de llargada que d'amplada. Calcula'n les dimensions.

$$\text{Amplada: } x. \text{ Llargada: } x + 10 \rightarrow x(x + 10) = 1.739 \rightarrow x^2 + 10x - 1.739 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 6.956}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{7.056}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-10 + 84}{2} = 37 \\ x_2 = \frac{-10 - 84}{2} = -47 \end{cases}$$

Les dimensions són 37 m d'amplada i 47 m de llargada. L'altra solució no és vàlida perquè és negativa.

- 090** ●● Si un camp de futbol fa 30 m més de llargada que d'amplada i la seva àrea és de 7.000 m², calcula'n les dimensions.

$$\text{Amplada: } x. \text{ Llargada: } x + 30 \rightarrow x(x + 30) = 7.000 \rightarrow x^2 + 30x - 7.000 = 0$$

$$x = \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 28.000}}{2} = \frac{-30 \pm \sqrt{28.900}}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-30 + 170}{2} = 70 \\ x_2 = \frac{-30 - 170}{2} = -100 \end{cases}$$

Les dimensions del camp són 70 m d'amplada i 100 m de llargada. L'altra solució no és vàlida perquè és negativa.

091 Troba dos nombres que es diferencien en 7 unitats si saps que el seu producte és 60.

Menor: x . Major: $x + 7 \rightarrow x(x + 7) = 60 \rightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 240}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-7 + 17}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{-7 - 17}{2} = -12 \end{cases}$$

Les solucions són 5 i 12 o -12 i -5 .

092 En un triangle rectangle de 24 m de perímetre la longitud del catet és igual a tres quarts de la de l'altre. Troba'n les dimensions..

Catet 1: x

Catet 2: $\frac{3}{4}x$

Hipotenusa: $\sqrt{x^2 + \frac{9}{16}x^2} = \frac{5}{4}x$

$$x + \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}x = 24 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8$$

Catet 1 = 8 m. Catet 2 = 6 m. Hipotenusa = 10 m.

093 Per enrajolar una sala de 8 m de llargada i 6 m d'amplada s'han fet servir 300 rajoles quadrades. Quant fa el costat de les rajoles?

Costat de la rajola: x

$$300x^2 = 8 \cdot 6 \rightarrow x^2 = 0,16 \rightarrow x = 0,4$$

La rajola fa 40 cm de costat.

094 La diagonal d'un rectangle fa 10 cm. Troba'n les dimensions si un catet fa 2 cm menys que l'altre.

Major: x Menor: $x - 2$ Diagonal: $\sqrt{x^2 + (x - 2)^2}$

$$x^2 + (x - 2)^2 = 10^2 \rightarrow 2x^2 - 4x + 4 = 100 \rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 192}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{196}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2 + 14}{2} = 8 \\ x_2 = \frac{2 - 14}{2} = -6 \end{cases}$$

Les dimensions són 8 cm i 10 cm.

L'altra solució no és vàlida perquè és negativa.

Equacions de primer i segon grau

095



Un cine té el mateix nombre de files que de seients per fila. El propietari decideix remodelar-lo i treure una butaca per fila i tres files. Després de la remodelació, el nombre de seients és 323.

- a) Quantes files tenia el cine abans de la remodelació?
b) Quants seients hi ha ara en cada fila?

a) Anomenem $x = \text{nre. de files} = \text{nre. de butaques/fila}$

S'eliminen 3 files: $x - 3$.

S'elimina 1 butaca per fila: $x - 1$.

$$(x - 3)(x - 1) = 323 \rightarrow x^2 - 3x - x + 3 = 323 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 4x - 320 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 + 4 \cdot 320}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 1.280}}{2} = \frac{4 \pm 36}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 20 \\ x_2 = -16 \end{cases}$$

El valor negatiu no té sentit. Per tant, el cine tenia 20 butaques per fila i 20 files.

b) Ara té $20 - 1 = 19$ butaques per fila.

096

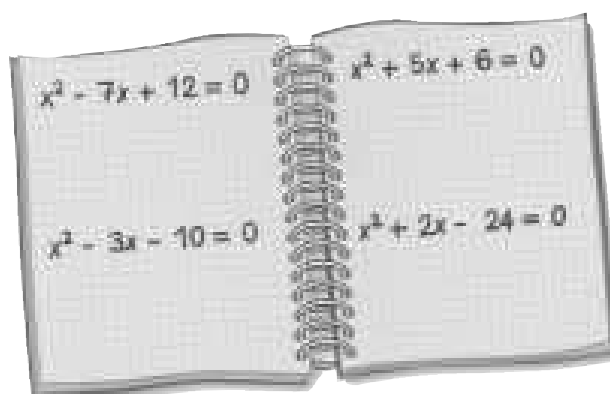


Investigarem què passa amb les equacions de segon grau el coeficient de x^2 de les quals val 1, és a dir, les equacions de la forma:

$$x^2 + bx + c = 0$$

Per fer-ho, seguim aquests passos:

- a) Resol les quatre equacions:



- b) Quines relacions observes entre les solucions que has obtingut i els coeficients b i c ?
c) Troba les solucions de $x^2 + bx + c = 0$ i després calcula'n la suma i el producte.
d) Aplica les relacions que has trobat i busca dos nombres la suma dels quals sigui 15 i el producte, 56.

$$a) x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{7+1}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{7-1}{2} = 3 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3+7}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{3-7}{2} = -2 \end{cases}$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5+1}{2} = -2 \\ x_2 = \frac{-5-1}{2} = -3 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 96}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2+10}{2} = 6 \\ x_2 = \frac{2-10}{2} = -4 \end{cases}$$

$$b) b = -(x_1 + x_2), c = x_1 \cdot x_2$$

$$c) \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} = -b \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} = \frac{b^2 - (\sqrt{b^2 - 4c})^2}{4} = c \end{cases}$$

$$d) x^2 - 15x + 56 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 224}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{15+1}{2} = 8 \\ x_2 = \frac{15-1}{2} = 7 \end{cases}$$

097

Desenvolupa i simplifica l'expressió: $A = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$.

Troba tres nombres enters consecutius la suma dels quadrats dels quals sigui 30.002.

$$A = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2 \rightarrow A = x^2 - 2x + 1 + x^2 + x^2 + 2x + 1 \rightarrow \\ \rightarrow A = 3x^2 + 2$$

$$30.002 = 3x^2 + 2 \rightarrow 30.000 = 3x^2 \rightarrow x^2 = 10.000 \rightarrow x = \pm 100$$

Té dues solucions: 99 i 100, 101 i -99, -100 i -101.

Equacions de primer i segon grau

098

Resol l'equació:

$$4x^2 - 1 + (2x + 1)(x + 3) = 0$$

sense fer servir la fórmula general. Per fer-ho, factoritza l'expressió del primer membre.

$$4x^2 - 1 + (2x + 1)(x + 3) = 0 \xrightarrow{4x^2 - 1 = (2x + 1)(2x - 1)}$$
$$\rightarrow (2x + 1)(2x - 1) + (2x + 1)(x + 3) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (2x + 1)[(2x - 1) + (x + 3)] = 0 \rightarrow (2x + 1)(3x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1}{2} \\ x_2 = \frac{-2}{3} \end{cases}$$

A LA VIDA QUOTIDIANA

099

A la Mariam li falten pocs dies per donar a llum.

A la seva feina tenen el costum de fer un regal als nounats.

En Robert i la Pilar, companys seus, s'han encarregat de recollir els diners.

La Mariam és molt popular a l'empresa, gairebé tothom la coneix.

Per això la majoria dels seus companys han participat en el regal.

Ahir, en Robert i la Pilar van ser en uns grans magatzems i han proposat comprar el cotxet de nadó, que està d'oferta, pel qual haurien de posar uns 8 € cadascun.

Com que tothom hi estava d'acord, el van anar a comprar, però va resultar que l'oferta s'havia acabat i els faltaven 4 €.



Finalment, en Robert i la Pilar m'han dit que, dels 14 companys, hi ha una persona que no ha posat els diners per al regal de la Mariam.

Creus que és cert el que diuen?

Persones que participen en el regal: x

Preu original: $8x$

Preu nou: $8x + 4$ y $9x - 8$

$$8x + 4 = 9x - 8 \rightarrow x = 12$$

Per tant, el que han dit en Robert i la Pilar no és cert, ja que han posat diners 12 persones, i no 13.

100

En Marcel·lí és ferrer i s'ha trobat amb força problemes al llarg de la seva trajectòria professional. Molt sovint li fan encàrrecs que són difícils de portar a terme.

A vegades, no només és difícil fer la feina, sinó també interpretar què és el que vol el client.

A la terrassa, hi tinc un tros de paret que fa 1,30 m. Vull col·locar, sobre els extrems de la paret, una barra de ferro que formi un angle recte per instal·lar-hi un tendal que faci 1,70 de longitud.



Per això, quan algú li planteja un problema com aquest, en Marcel·lí l'ha de traduir a les tasques que ell ha de fer a la seva ferreria.

El que vostè necessita és una barra de ferro que faci 1,70 m. Aquesta barra, l'hem de doblegar fins que faci un angle recte de manera que la distància entre els extrems sigui d'1,30 m.



Com haurà de doblegar la barra, en Marcel·lí?

Catet 1 del triangle rectangle: x . Catet 2 del triangle rectangle: $170 - x$.

$$x^2 + (170 - x)^2 = 130^2 \rightarrow x^2 + x^2 - 340x + 28.900 = 16.900 \rightarrow \\ \rightarrow 2x^2 - 340x + 12.000 = 0$$

$$x = \frac{340 \pm \sqrt{115.600 - 96.000}}{4} = \frac{340 \pm \sqrt{19.600}}{4} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{340 + 140}{4} = 120 \\ x_2 = \frac{340 - 140}{4} = 50 \end{cases}$$

Haurà de doblegar la barra de manera que les dues parts facin 120 cm i 50 cm.

5

Sistemes d'equacions

EQUACIÓ LINEAL
AMB DUES INCÒGNITES

SISTEMES DE DUES EQUACIONS
AMB DUES INCÒGNITES

CLASSES DE SISTEMES

RESOLUCIÓ GRÀFICA

MÈTODES DE RESOLUCIÓ

SUBSTITUCIÓ

IGUALACIÓ

REDUCCIÓ

RESOLUCIÓ DE PROBLEMES
AMB SISTEMES DE DUES EQUACIONS
I DUES INCÒGNITES

Una classe improvisada

Estar convidat a la Festa de la Primavera, que cada any se celebrava al palau del maharajà, era un honor reservat només als personatges més influents.

Quan pujava a l'elefant, el savi Brahmagupta i el seu jove ajudant, Serhane, van coincidir a reconèixer que el maharajà era molt generós d'enviar el seu seguici per portar-los al palau.

El jove ajudant es va passar mig camí queixant-se de les disciplines que havia d'estudiar:

–Mestre, per què he d'estudiar àlgebra? No té cap utilitat; si tinc cinc monedes són cinc monedes, no pas cinc incògnites... I que la incògnita pugui ser qualsevol cosa és antinatural.

Brahmagupta va prendre la paraula i durant l'altre meitat del camí que els faltava li va explicar al seu deixeble la utilitat de l'àlgebra:

–En aquest món tot té el seu significat: l'estel al front de l'elefant no és tan sols un estel, sinó que vol dir que pertany al maharajà, i la creu coronada per quatre cercles no és només un dibuix, és el símbol de la ciutat. En matemàtiques, el més senzill és treure-li el significat a les coses, operar amb nombres i, després, interpretar-ne el resultat. Després d'aquestes paraules, mestre i deixeble es van quedar en silenci durant el quilòmetre que faltava per arribar a palau.

Amb l'ajuda d'una equació, calcula la distància que tots dos van recórrer dalt de l'elefant.

$x = \text{distància}$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1 = x \rightarrow 2x + x + 4 = 4x \rightarrow x = 4$$

Van recórrer una distància de 4 km.



Sistemes d'equacions

EXERCICIS

001 Expressa les equacions següents de la forma $ax + by = c$, i indica el valor dels seus coeficients:

a) $y = 2x - 3$ b) $y = x + 3$ c) $-3x = 1 - y$ d) $x = 2 - y$

Fes una taula de valors per a aquestes equacions.

a) $y = 2x - 3 \rightarrow -2x + y = -3 \rightarrow a = -2; b = 1; c = -3$

$y = 2x - 3$

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	-5	-3	-1	1

b) $y = x + 3 \rightarrow -x + y = 3 \rightarrow a = -1; b = 1; c = 3$

$y = x + 3$

x	-1	0	1	2	-3
y	2	3	4	5	0

c) $-3x = 1 - y \rightarrow -3x + y = 1 \rightarrow a = -3; b = 1; c = 1$

$y = 3x + 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-2	1	4	7

d) $x = 2 - y \rightarrow x + y = 2 \rightarrow a = 1; b = 1; c = 2$

$x = 2 - y \rightarrow y = 2 - x$

x	-1	0	1	2	-3
y	3	2	1	0	5

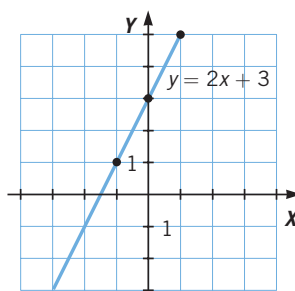
002 Representa en el pla les equacions:

a) $2x + 3 = y$

b) $y + 1 = x$

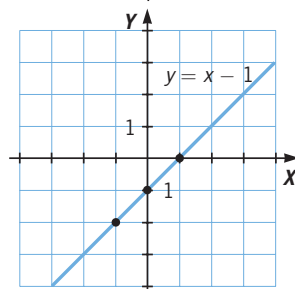
a) $2x + 3 = y$

x	y
-1	1
0	3
1	5



b) $y + 1 = x \rightarrow y = x - 1$

x	y
-1	-2
0	-1
1	0



003 Escriu dues equacions lineals amb dues incògnites que tinguin com a solució $x = 3, y = -2$.

Per exemple: $3x + y = 7; y = 1 - x$.

004 Troba la solució de cada sistema a partir de les taules de valors de les equacions que el formen.

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 13 \\ x - y = 2 \end{cases}$

a) Solucions de $x + y = 5$:

x	0	1	2	3	4
y	5	4	3	2	1

Solucions de $x - y = 3$:

x	0	1	2	3	4
y	-3	-2	-1	0	1

El punt (4, 1) és la solució del sistema a).

b) Solucions de $2x + y = 13$:

x	0	1	2	3	4	5
y	13	11	9	7	5	3

Solucions de $x - y = 2$:

x	0	1	2	3	4	5
y	-2	-1	0	1	2	3

El punt (5, 3) és la solució del sistema b).

005 Representa gràficament aquests sistemes i determina'n les solucions.

a) $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = -2 \end{cases}$

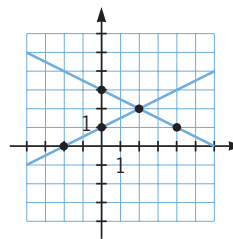
a) $x + 2y = 6 \rightarrow y = \frac{6 - x}{2}$

x	0	2	4	6
y	3	2	1	0

$x - 2y = -2 \rightarrow y = \frac{x + 2}{2}$

x	-2	0	2	4
y	0	1	2	3

Solució: (2, 2).



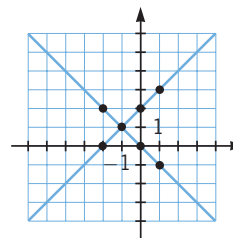
b) $x + y = 0 \rightarrow y = -x$

x	-2	-1	0	1
y	2	1	0	-1

$x - y = -2 \rightarrow y = 2 + x$

x	-2	-1	0	1
y	0	1	2	3

Solució: (-1, 1).



Sistemes d'equacions

006 De quin dels sistemes següents és la solució (8, 4)? I (10, 2)? I (3, 1)?

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$

- Vegem si el punt (8, 4) és solució de a) o b):

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8 + 4 = 12 \\ 8 - 4 = 4 \end{cases} \rightarrow$ Sí que n'és.

b) $\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x - y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 8 + 4 \cdot 4 = 16 + 16 = 32 \neq 10 \\ 3 \cdot 8 - 4 = 24 - 4 = 20 \neq 8 \end{cases} \rightarrow$ No n'és.

- Vegem si (10, 2) és solució de a) o b):

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10 + 2 = 12 \\ 10 - 2 = 8 \neq 4 \end{cases} \rightarrow$ No n'és.

b) $\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x - y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 10 + 4 \cdot 2 = 20 + 8 = 28 \neq 10 \\ 3 \cdot 10 - 2 = 30 - 2 = 28 \neq 8 \end{cases} \rightarrow$ No n'és.

- Vegem si (3, 1) és solució de a) o b):

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 + 1 = 4 \neq 12 \\ 3 - 1 = 2 \neq 4 \end{cases} \rightarrow$ No n'és.

b) $\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x - y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 6 + 4 = 10 \\ 3 \cdot 3 - 1 = 9 - 1 = 8 \end{cases} \rightarrow$ Sí que n'és.

007 Escriu una equació lineal amb dues incògnites de manera que una de les solucions sigui $x = 2$, $y = 3$. Escriu un sistema amb aquesta solució.

$$3x - 2y = 0 \xrightarrow{x=2, y=3} 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 6 - 6 = 0$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x - y = -1 \end{cases} \xrightarrow{x=2, y=3} \begin{cases} 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0 \\ 2 - 3 = -1 \end{cases}$$

008 Resol aquests sistemes i classifica'ls en funció del nombre de solucions:

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + y = 13 \\ x - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 2y = 12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$

a) $x + y = 5$

x	0	1	2	3	4
y	5	4	3	2	1

$x - y = 3$

x	0	1	2	3	4
y	-3	-2	-1	0	1

La solució és (4, 1): sistema compatible determinat.

b) $x + y = 7$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	7	6	5	4	3	2	1

$x - y = 5$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1

La solució és (6, 1): sistema compatible determinat.

c) $x + 2y = 3$

x	y
1	1
3	0

$2x + 4y = 6$

x	y
1	1
3	0

Les dues equacions són la mateixa recta: sistema compatible indeterminat.

d) $2x + y = 13$

x	0	1	2	3	4	5
y	13	11	9	7	5	3

$x - y = 2$

x	0	1	2	3	4	5
y	-2	-1	0	1	2	3

La solució és (5, 3): sistema compatible determinat.

e) $x + y = 6$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	6	5	4	3	2	1	0

$2x - 2y = 12$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0

La solució és (6, 0): sistema compatible determinat.

f) $x - 3y = 2$

x	y
2	0
-1	-1

$3x - 2y = 6$

x	y
0	-3
2	0

Les dues rectes es tallen al punt (2, 0): sistema compatible determinat.

Sistemes d'equacions

009 Resol aquests sistemes i classifica'ls:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2 \\ 3x - 2y = 6 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2x - 2y = 1 \end{array} \right\}$$

$$\text{a) } \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2$$

x	0	2	4	6
y	-6	-3	0	3

$$3x - 2y = 6$$

x	0	2	4	6
y	-3	0	3	6

Incompatible

$$\text{b) } x - y = 1$$

x	-2	0	2	4
y	-3	-1	1	3

$$2x - 2y = 1$$

x	-2	0	2	4
y	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$

Incompatible.

010 Posa un exemple de sistema d'equacions compatible determinat, indeterminat i incompatible.

$$\text{Compatible determinat: } \left. \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ -x + 3y = 5 \end{array} \right\}$$

$$\text{Compatible indeterminat: } \left. \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ -x - 2y = -5 \end{array} \right\}$$

$$\text{Incompatible: } \left. \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ -x - 2y = 10 \end{array} \right\}$$

011 Resol pel mètode de substitució.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{array} \right\} \rightarrow y = 5 - x$$

$$\rightarrow x - (5 - x) = 3 \rightarrow x - 5 + x = 3 \rightarrow 2x = 3 + 5 \rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = 5 - x = 5 - 4 = 1$$

La solució del sistema és $x = 4, y = 1$.

012 Resol per substitució i assenjala si és compatible o incompatible.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 8 \\ x - y = 8 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 8 \\ x - y = 8 \end{array} \right\} \rightarrow y = 8 - x$$

$$\rightarrow x - (8 - x) = 8 \rightarrow x - 8 + x = 8 \rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$$

$$y = 8 - x = 8 - 8 = 0$$

La solució del sistema és $x = 8, y = 0$. És compatible.

013 Corregeix els errors comesos.

$$\left. \begin{array}{l} 5x - y = 1 \\ 2x - 4y = 22 \end{array} \right\} \rightarrow y = 1 - 5x$$

$$2x - 4y = 22 \xrightarrow{y = 1 - 5x} 2x - 4(1 - 5x) = 22 \rightarrow 2x - 4 - 20x = 22 \rightarrow$$

$$\rightarrow -18x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{18} = 1$$

$$5x - y = 1 \xrightarrow{x = 1} 5 \cdot 1 - y = 1 \rightarrow y = -4$$

$$\left. \begin{array}{l} 5x - y = 1 \\ 2x - 4y = 22 \end{array} \right\} \rightarrow y = 1 - 5x$$

S'ha eliminat el signe de la y ; hauria de posar: $5x - 1$.

$$2x - 4y = 22 \xrightarrow{y = 1 - 5x} 2x - 4(1 - 5x) = 22 \rightarrow 2x - 4 - 20x = 22$$

S'ha posat malament el signe; hauria de posar $+20x$.

$$-18x = 18$$

Es passa el 4 restant, i s'hauria de passar sumant; ha de ser: $-18x = 26$.

$$x = \frac{18}{18} = 1$$

S'ha dividit entre 18, i hauria de ser entre -18 ; ha de ser: $x = -\frac{18}{18} = -1$.

$$5x - y = 1 \xrightarrow{x = 1} 5 \cdot 1 - y = 1 \rightarrow y = -4$$

S'ha eliminat el signe de la y ; hauria de posar $y = -1$.

La solució correcta és:

$$\left. \begin{array}{l} 5x - y = 1 \\ 2x - 4y = 22 \end{array} \right\} \rightarrow y = 5x - 1$$

$$2x - 4y = 22 \xrightarrow{y = 5x - 1} 2x - 4(5x - 1) = 22 \rightarrow 2x - 20x + 4 = 22 \rightarrow$$

$$\rightarrow -18x = 18 \rightarrow x = -\frac{18}{18} = -1$$

$$y = 5x - 1 \xrightarrow{x = -1} y = -6$$

014 Resol pel mètode d'igualació aquests sistemes d'equacions:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{array} \right\} & \text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x + y = 13 \\ x - y = 2 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = 5 - y \\ x = 3 + y \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 5 - y = 3 + y \\ 5 - 3 = 2y \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} y = 1 \\ x = 5 - y = 5 - 1 = 4 \end{array}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x + y = 13 \\ x - y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} y = 13 - 2x \\ y = x - 2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 13 - 2x = x - 2 \\ 15 = 3x \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 13 - 2x = 13 - 2 \cdot 5 = 3 \end{array}$$

Sistemes d'equacions

015 Resol pel mètode d'igualació, i assenyala si són compatibles o incompatibles. Quantes solucions tenen?

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 4x + 10y = 20 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + y = 8 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 4x + 10y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 - \frac{5}{2}y \\ x = 5 - \frac{5}{2}y \end{cases} \rightarrow 5 - \frac{5}{2}y = 5 - \frac{5}{2}y \rightarrow 5 = 5$$

Arribem a una igualtat. El sistema té infinites solucions, és compatible indeterminat.

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 8 \\ 2x + y = 12 \end{cases} \begin{array}{l} \text{Aïllem } y \text{ de la 1a equació, } y = 8 - 2x \\ \text{i a la 2a: } y = 12 - 2x, \text{ i igualem.} \end{array}$$

$8 - 2x = 12 - 2x \rightarrow 8 \neq 12$. És un sistema incompatible: no té solució.

016 Corregeix els errors comesos en la resolució del sistema pel mètode d'igualació.

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y - 7 \\ x = 1 + \frac{y}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y - 7 = 1 + \frac{y}{3} &\rightarrow 3(y - 7) = 1 + y \rightarrow 3y - 21 = 1 + y \rightarrow \\ &\rightarrow 3y - y = 1 + 21 \rightarrow 2y = 22 \rightarrow y = \frac{22}{-2} = -11 \end{aligned}$$

$$x - y = 7 \xrightarrow{y = -11} x - 11 = 7 \rightarrow x = 7 + 11 = 18$$

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y - 7 \\ x = 1 + \frac{y}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Mal aïllat: } x = y + 7 \\ \text{Mal aïllat: } x = \frac{y + 1}{3} \end{array}$$

$$\begin{aligned} y - 7 = 1 + \frac{y}{3} &\rightarrow 3(y - 7) = 1 + y \rightarrow \text{Mal eliminat el denominador:} \\ 3(y - 7) = 3 - y &\rightarrow 3y - 21 = 1 + y \rightarrow \\ \rightarrow 3y - y = 1 + 21 &\rightarrow 2y = 22 \rightarrow \\ \rightarrow y = \frac{22}{-2} &\rightarrow \text{Mal aïllat: } y = \frac{22}{2} = 11. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - y = 7 \xrightarrow{y = -11} x - 11 = 7 &\rightarrow \text{Mal substituït: } x + 11 = 7. \\ x = 7 + 11 = 18 \end{aligned}$$

La solució correcta és:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x - y = 7 \\ 3x - y = 1 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} x = y + 7 \\ x = \frac{y + 1}{3} \end{cases} \rightarrow y + 7 = \frac{y + 1}{3} \rightarrow 3(y + 7) = 1 + y \rightarrow \\ \rightarrow 3y + 21 = 1 + y &\rightarrow 3y - y = 1 - 21 \rightarrow 2y = -20 \rightarrow \\ \rightarrow y = \frac{-20}{2} = -10 & \\ x = y + 7 \xrightarrow{y = -10} x = -10 + 7 &\rightarrow x = -3 \end{aligned}$$

017 Resol pel mètode de reducció:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 5y = 6 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Sumem les dues equacions.}$$

$$\frac{2x}{2x} = 8 \rightarrow x = 4$$

I substituïm en una de les equacions:

$$x + y = 5 \xrightarrow{x=4} 4 + y = 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 5 - 4 = 1$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 5y = 6 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \cdot 4 \\ \cdot (-1) \end{array} \right\} \begin{cases} 4x - 20y = 24 \\ -4x + 3y = -1 \end{cases}$$

Sumem les equacions:

$$\begin{cases} 4x - 20y = 24 \\ -4x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$\frac{-17y = 23}{-17y = 23} \rightarrow y = -\frac{23}{17}$$

I substituïm en la 1a equació:

$$x - 5y = 6 \xrightarrow{y = -\frac{23}{17}} x - 5\left(-\frac{23}{17}\right) = 6 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 6 - \frac{115}{17} = \frac{102 - 115}{17} = -\frac{13}{17}$$

018 Resol pel mètode de reducció aquests sistemes d'equacions i assenyalat si són compatibles o incompatibles:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = 5 \\ 2x - 2y = 10 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases} \xrightarrow[\text{restem}]{1a \text{ equació} \cdot 2} \begin{cases} 2x + 4y = 0 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$$

$$0 \neq 6$$

Sistema incompatible: no té solució.

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = 5 \\ 2x - 2y = 10 \end{cases} \xrightarrow[\text{restem}]{1a \text{ equació} \cdot 2} \begin{cases} 2x - 2y = 10 \\ 2x - 2y = 10 \end{cases}$$

$$0 = 0$$

Sistema compatible indeterminat: té infinites solucions.

Sistemes d'equacions

019 Corregeix els errors comesos en la resolució del sistema.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 0 \\ 3x - 2y = -4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cdot 2} \left. \begin{array}{l} 4x + 2y = 2 \\ 3x - 2y = -4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4x + 2y = 2 \\ -3x - 2y = -4 \\ \hline x = -2 \end{array}$$

$$2x + y = 0 \xrightarrow{x=-2} 2 \cdot (-2) + y = 0 \rightarrow -4 + y = 0 \rightarrow y = -4$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 0 \\ 3x - 2y = -4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cdot 2} \left. \begin{array}{l} 4x + 2y = 2 \\ 3x - 2y = -4 \end{array} \right\} \text{El producte del terme independent, } 0 \cdot 2 \text{ és } 0.$$

$$\begin{array}{r} 4x + 2y = 2 \\ -3x - 2y = -4 \\ \hline x = -2 \end{array} \text{ No s'ha de restar, sinó sumar; a més, està mal restat.}$$

$$2x + 7 = 0 \xrightarrow{x=-2} 2(-2) + y = 0 \rightarrow -4 + y = 0 \rightarrow y = -4$$

Mal aïllat; hauria de ser $y = 4$. La solució correcta és:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 0 \\ 3x - 2y = -4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cdot 2} \left. \begin{array}{l} 4x + 2y = 2 \\ 3x - 2y = -4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4x + 2y = 2 \\ +3x - 2y = -4 \\ \hline 7x = -2 \rightarrow x = \frac{-2}{7} \end{array}$$

$$2x + 7 = 0 \xrightarrow{x = \frac{-4}{7}} 2\left(\frac{-4}{7}\right) + y = 0 \rightarrow \frac{-8}{7} + y = 0 \rightarrow y = \frac{8}{7}$$

020 Resol pel mètode més adequat:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 5 + x + 2y \\ x - 2y - 3 = 3 - 4y \end{array} \right\} \quad \text{c) } \left. \begin{array}{l} x + y = 2 \\ x + 4 + 2y - 4 = 18 - x - y \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 3y + 3 = x - 2(x + y) \\ \frac{2x + 3y}{2} = 18 \end{array} \right\}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 5 + x + 2y \\ x - 2y - 3 = 3 - 4y \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow x + y = 5 \\ \rightarrow x + 2y = 6 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \hline -y = -1 \end{array} \right\} \text{Restem les equacions.}$$

Substituïm a la 1a equació: $x + 1 = 5 \rightarrow x = 4$.

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 3y + 3 = x - 2(x + y) \\ \frac{2x + 3y}{2} = 18 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow x + 5y = -3 \rightarrow x = -3 - 5y \\ \\ \hline \frac{2x + 3y}{2} = 18 \xrightarrow{x = -3 - 5y} \frac{2(-3 - 5y) + 3y}{2} = 18 \rightarrow y = -6 \end{array}$$

$$x = -3 - 5 \xrightarrow{y = -6} x = 27$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x + y = 2 \\ x + 4 + 2y - 4 = 18 - x - y \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow x + y = 2 \\ \rightarrow 2x + 3y = 18 \end{array} \xrightarrow{\text{restem } 1a \cdot 3} \begin{array}{l} \rightarrow 3x + 3y = 6 \\ \rightarrow 2x + 3y = 18 \\ \hline x = -12 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \hline x + y = 2 \end{array} \right\} \text{Substituïm a la 1a equació:}$$

$$\rightarrow \begin{array}{l} 3x + 3y = 6 \\ 2x + 3y = 18 \\ \hline x = -12 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \hline x + y = 2 \end{array} \right\} x + y = 2 \rightarrow -12 + y = 2 \rightarrow y = 14$$

021 Resol pel mètode més adequat:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2x-y}{3} + 2x - y = 4 \\ 2x - y = 4 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2x-y}{3} + 2x - y = 4 \\ 2x - y = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \frac{4(2x-y)}{3} = 4 \rightarrow 2x - y = 3 \\ \rightarrow 2x - y = 4 \end{array}$$

I restant les equacions: $0 \neq -1$. No té solució, és incompatible.

022 Escriu un sistema d'equacions que sigui apropiat per resoldre'l mitjançant la substitució i un altre mitjançant la reducció.

Mitjançant substitució:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y = 8 \\ 2x + 3y = 31 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow 3x - 8 = y \\ \rightarrow 2x + 3(3x - 8) = 31 \rightarrow \\ \rightarrow 2x + 9x - 24 = 31 \rightarrow 11x = 55 \rightarrow x = 5 \end{array}$$

I substituint: $y = 3 \cdot 5 - 8 = 7$.

Mitjançant reducció:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = -4 \\ 3x + 3y = 9 \end{array} \right\} \text{Sumem les equacions.}$$

$$5x = 5 \rightarrow x = 1$$

I substituint: $2 - 1 - 3y = -4 \rightarrow -3y = -6 \rightarrow y = 2$.

023 La suma de les edats d'en Ferran i el seu pare és 40 anys. L'edat del pare és 7 vegades la del fill. Quina edat tenen tots dos?

$$\text{Ferran: } x. \text{ Pare: } y. \left. \begin{array}{l} x + y = 40 \\ y = 7x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Aïllant a la 2a equació} \\ \text{i substituint a la 1a:} \end{array}$$

$x + 7x = 40 \rightarrow x = 5$. I substituint: $y = 35$. Ferran: 5 anys. Pare: 35 anys.

024 En un examen contesto deu preguntes. Per cada encert em donen 2 punts, i per cada error me'n treuen 1. Si he tret 8 punts, quants encerts tinc?

$$\text{Encerts: } x. \text{ Errors: } y. \left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 2x - y = 8 \end{array} \right\} \text{Aïllem } x \text{ de la 1a equació:}$$

$x = 10 - y$, i substituint a la 2a: $20 - 2y - y = 8 \rightarrow y = 4$.

Substituint: $x = 6$. Encerts: 6. Errors: 4.

025 Un hotel té, entre habitacions dobles i individuals, 120 habitacions. Si el nombre de llits és 195, quantes habitacions dobles té? I habitacions individuals?

$$\text{Dobles: } x. \text{ Individuals: } y. \left. \begin{array}{l} x + y = 120 \\ 2x + y = 195 \end{array} \right\} \text{Aïllem } x \text{ de la 1a: } x = 120 - y$$

Substituint a la 2a: $240 - 2y + y = 195 \rightarrow y = 45$.

Substituint: $x = 75$. Dobles: 75. Individuals: 45.

Sistemes d'equacions

026 Si cada persona es menja 5 pastissos, en sobren 3; però si en mengen 6, en falta 1. Quantes persones i pastissos hi ha?

Anomenem $x =$ nre. de persones i $y =$ nre. de pastissos.

$$\left. \begin{array}{l} 5x = y - 3 \\ 6x = y + 1 \end{array} \right\} \rightarrow 5x + 3 = y \rightarrow 5x + 3 = 6x - 1 \rightarrow$$
$$\rightarrow 6x - 1 = y \rightarrow -x = -4 \rightarrow x = 4$$

Substituïm a la 2a equació: $y = 6 \cdot 4 - 1 = 23$.

Hi ha 4 persones i 23 pastissos.

ACTIVITATS

027 La solució d'aquestes equacions és $x = 1$ i $y = 2$?

- a) $3x + 2y = 7$ c) $2x - y = 0$
b) $x + 3 = y$ d) $x + 1 = 7$

a) $3 + 6 \neq 7$. No ho és. c) $2 - 2 = 0$. Sí que ho és.

b) $1 + 3 \neq 2$. No ho és. d) $2 + 1 \neq 7$. No ho és.

028 Aquesta és la taula de valors de l'equació $2x + 3y = 15$.

x	6	3	0	-3	-6
y	1	3	5	7	9

Dóna diverses solucions de l'equació, i indica un procediment per trobar alguna solució més.

Altres solucions són $(9, -1)$ i $(12, -3)$. El procediment consisteix a aïllar una de les dues incògnites i donar valors a l'altra, i d'aquesta manera s'obtenen els parells de solucions.

029 Fes una taula de solucions per a aquestes equacions. Pren com a valors de la variable x : $-2, -1, 0, 1$ y 2 .

- a) $y = x + 5$ c) $y = 3 - x$
b) $x + y = 4$ d) $x = 5 + y$

a) $y = x + 5$

x	-2	-1	0	1	2
y	3	4	5	6	7

b) $x + y = 4 \rightarrow y = 4 - x$

x	-2	-1	0	1	2
y	6	5	4	3	2

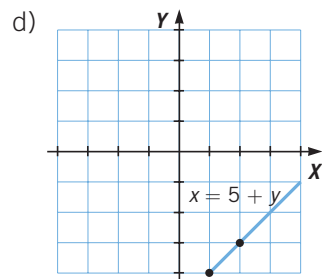
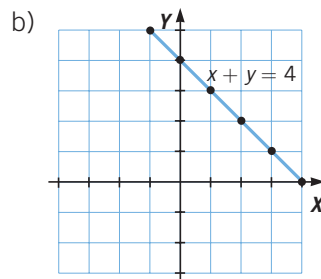
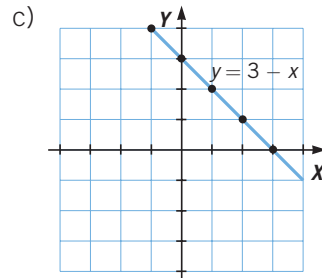
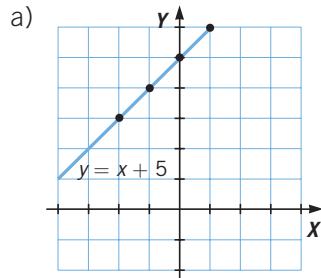
c) $y = 3 - x$

x	-2	-1	0	1	2
y	5	4	3	2	1

d) $x = 5 + y \rightarrow y = x - 5$

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	-6	-5	-4	-3

- 030** Representa en el pla, per a cada equació de l'activitat anterior, les parelles de nombres que hagis obtingut i comprova que la seva representació és una recta.



- 031** Forma una taula de valors per a cada equació i indica'n algunes solucions.

- a) $3x + 2y = 18$ d) $2x - 5y = 12$
 b) $x - 3y = 20$ e) $3x + y = 24$
 c) $x - 7 = y$ f) $y = 2x - 1$

a)

x	0	2	4	6
y	9	6	3	0

Solucions: (0, 9), (2, 6)...

b)

x	-1	2	5	8
y	-7	-6	-5	-4

Solucions: (-1, -7), (2, -6)...

c)

x	0	2	4	6
y	-7	-5	-3	-1

Solucions: (0, -7), (2, -5)...

d)

x	-4	1	6	11
y	-4	-2	0	2

Solucions: (-4, -4), (1, -2)...

e)

x	0	2	4	6
y	24	18	12	6

Solucions: (0, 24), (2, 18)...

f)

x	0	2	4	6
y	-1	3	7	11

Solucions: (0, -1), (2, 3)...

Sistemes d'equacions

032 Forma una taula de valors per a cada equació i indica'n algunes solucions.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array} \right\}$$

Creus que hi ha cap parella de valors de x i y que surti a totes dues taules?

$$x + y = 5$$

x	0	2	4	6
y	5	3	1	-1

$$x - 2y = 2$$

x	0	2	4	6
y	-1	0	1	2

La parella (4, 1) surt a les dues taules.

033 Escriu una equació lineal amb dues incògnites, de manera que una de les solucions sigui la parella de valors:

a) $x = 3, y = 0$

c) $x = 2, y = 3$

b) $x = 0, y = -1$

d) $x = -1, y = -5$

a) $x - y = 3$

c) $2x - y = 1$

b) $5x + y = -1$

d) $5x - y = 0$

034 Escriu dues equacions lineals amb dues incògnites la solució de les quals sigui $x = 3, y = 2$. Després, representa totes dues equacions. Què hi observes?

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2x - y = 4 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x - 1 = y \\ 2x - 4 = y \end{array} \rightarrow x - 1 = 2x - 4 \rightarrow x = 3$$

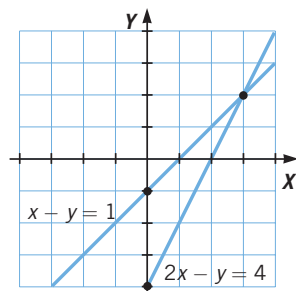
Substituïm a la 1a equació: $3 - y = 1 \rightarrow 3 - 1 = y \rightarrow y = 2$.

$$x - y = 1$$

$$2x - y = 4$$

x	y
0	-1
1	0

x	y
2	0
0	-4



Les dues rectes es tallen al punt (3, 2), que és la solució del sistema.

035 Indica els coeficients i els termes independents dels sistemes.

•• a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 2y = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} a = 1 & b = 1 & c = 5 \\ a' = 1 & b' = 2 & c' = 6 \end{matrix}$

b) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} a = 1 & b = 3 & c = 5 \\ a' = 1 & b' = -1 & c' = 1 \end{matrix}$

c) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} a = 1 & b = -2 & c = 1 \\ a' = 2 & b' = 1 & c' = 7 \end{matrix}$

d) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} a = 5 & b = -3 & c = 1 \\ a' = 4 & b' = 1 & c' = 11 \end{matrix}$

036 Quina de les parelles de valors següents és la solució del sistema?

• $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 3x - 4y = 11 \end{cases}$ a) (1, 5) c) (2, 3)
b) (5, 1) d) (0, 0)

La solució és l'opció b): (5, 1).

037 Donat el sistema:

• $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$ esbrina si cap d'aquestes parelles de valors és la solució.

a) $x = 2, y = 4$ c) $x = 1, y = 1$

b) $x = 4, y = -1$ d) $x = 0, y = -\frac{1}{2}$

a) $6 - 4 = 2$ i $4 + 12 \neq 5$. No és solució de la 2a equació.

b) $12 + 1 \neq 2$ i $8 - 3 = 5$. No és solució de la 1a equació.

c) $3 - 1 = 2$ i $2 + 3 = 5$. Sí que és solució del sistema.

d) $0,5 \neq 2$ i $-1,5 \neq 5$. No és solució del sistema.

038 Un sistema té com a solució $x = 2, y = -1$ i una de les seves equacions és $2x - y = 5$. Quina és l'altra?

•• a) $4x - 2y = 6$ c) $-x + 2y = 5$
b) $4x - 2y = 5$ d) $-x + 2y = -4$

L'altra equació és la de l'opció d): $-x + 2y = -4$.

039 Escriu una equació lineal amb dues incògnites de manera que una de les solucions sigui $x = 1, y = -2$. Fes servir l'equació per determinar un sistema d'equacions amb aquesta solució.

•• $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$ Sumem les equacions.
$$\begin{array}{r} 3x + y = 1 \\ x - y = 3 \\ \hline 4x = 4 \end{array} \rightarrow x = 1 \quad 1 - y = 3 \rightarrow y = -2$$

Sistemes d'equacions

040 Troba la solució de cada sistema mitjançant les taules de valors de les equacions que el formen.

a) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x + y = 13 \\ x - y = 2 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 5x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ f) $\begin{cases} -x + 2y = 2 \\ 3x - 4y = -2 \end{cases}$

a) Solucions de $x - y = 1$:

x	0	1	2	3
y	-1	0	1	2

La solució del sistema és $x = 3, y = 2$.

Solucions de $2x - y = 4$:

x	0	1	2	3
y	-4	-2	0	2

b) Solucions de $x + y = 2$:

x	0	1	2	3
y	2	1	0	-1

La solució del sistema és $x = 3, y = -1$.

Solucions de $2x - 3y = 9$:

x	0	1	2	3
y	-3	-7/3	-5/3	-1

c) Solucions de $x - 2y = 1$:

x	0	1	2	3
y	-1/2	0	1/2	1

La solució del sistema és $x = 3, y = 1$.

Solucions de $2x + y = 7$:

x	0	1	2	3
y	7	5	3	1

d) Solucions de $2x + y = 7$:

x	0	1	2	3
y	7	5	3	1

La solució del sistema és $x = 3, y = 1$.

Solucions de $x - 3y = 0$:

x	0	1	2	3
y	0	1/3	2/3	1

e) Solucions de $2x + y = 13$:

x	0	1	2	3	4	5
y	13	11	9	7	5	3

La solució del sistema és $x = 5, y = 3$.

Solucions de $x - y = 2$:

x	0	1	2	3	4	5
y	-2	-1	0	1	2	3

f) Solucions de $-x + 2y = 2$:

x	0	1	2
y	1	3/2	2

La solució del sistema és $x = 2, y = 2$.

Solucions de $3x - 4y = -2$:

x	0	1	2
y	1/2	5/4	2

g) Solucions de $5x - 3y = 1$:

x	0	1	2
y	-1/3	4/3	3

La solució del sistema és $x = 2, y = 3$.

Solucions de $4x + y = 11$:

x	0	1	2
y	11	7	3

h) Solucions de $5x + 3y = 16$:

x	0	1	2
y	16/3	11/3	2

La solució del sistema és $x = 2, y = 2$.

Solucions de $3x - 3y = 0$:

x	0	1	2
y	0	1	2

041 Resol gràficament els sistemes d'equacions i indica de quin tipus són:

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 6x + 3y = 6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases}$

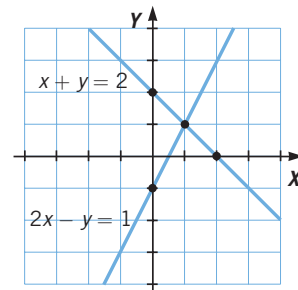
a) $x + y = 2$

x	y
0	2
2	0

$2x - y = 1$

x	y
0	-1
1	1

La solució del sistema és $x = 1, y = 1$.
El sistema és compatible determinat.



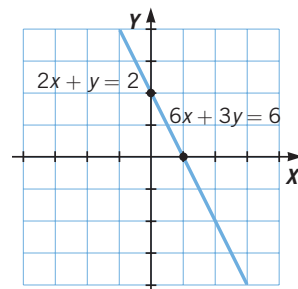
b) $2x + y = 2$

x	y
0	2
1	0

$6x + 3y = 6$

x	y
0	2
1	0

Les dues rectes coincideixen.
El sistema és compatible indeterminat:
té infinites solucions.



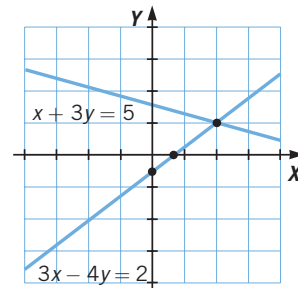
c) $x + 3y = 5$

x	y
2	1
5	0

$3x - 4y = 2$

x	y
0	-1/2
2/3	0

Les dues rectes es tallen al punt (2, 1).
El sistema és compatible determinat.



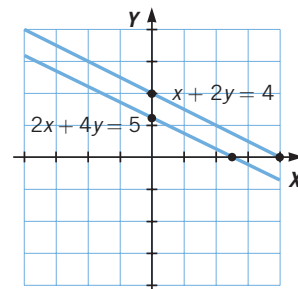
d) $x + 2y = 4$

x	y
0	2
4	0

$2x + 4y = 5$

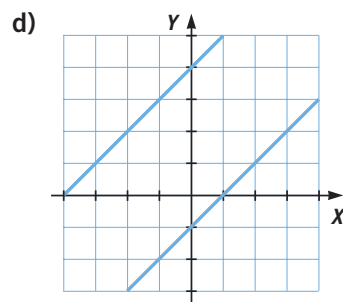
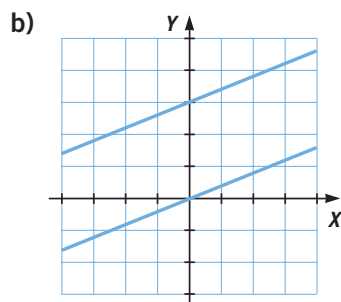
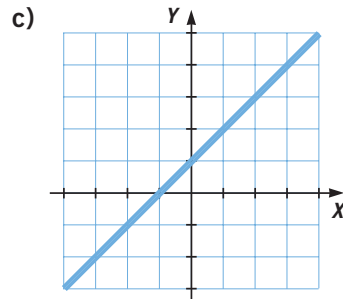
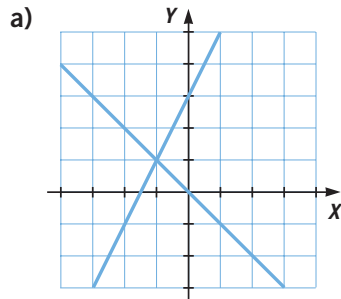
x	y
0	5/4
5/2	0

Les dues rectes són paral·leles, no es tallen.
El sistema és incompatible.



Sistemes d'equacions

042 Indica quin tipus de sistema d'equacions s'ha representat.



- a) Sistema compatible determinat: una solució.
- b) Sistema incompatible: no té solució.
- c) Sistema compatible indeterminat: infinites solucions.
- d) Sistema incompatible: no té solució.

043 Resol gràficament aquests sistemes:



a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

Què en pots afirmar?

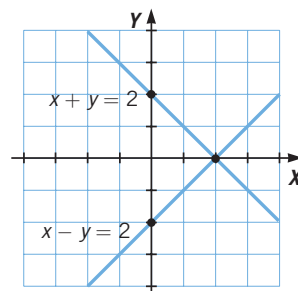
a) $x + y = 2$

x	y
0	2
1	1

Solució: (2, 0).

$x - y = 2$

x	y
0	-2
2	0



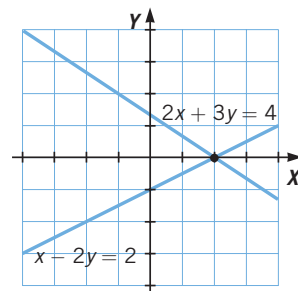
b) $2x + 3y = 4$

x	y
2	0
0	4/3

Solució: (2, 0).

$x - 2y = 2$

x	y
2	0
0	-1



Es pot afirmar que tenen la mateixa solució: $x = 2, y = 0$.
Són sistemes equivalents.

044 Resol gràficament aquests sistemes i classifica'ls pel nombre de solucions:

a) $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ -x + 3y = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 4x - 2y = 10 \end{cases}$

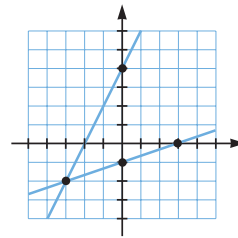
b) $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 2x + 6y = 12 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$

a) $2x - y = -4$

x	-6	-3	0	3
y	-8	-2	4	10

$-x + 3y = -3$

x	-6	-3	0	3
y	-3	-2	-1	0



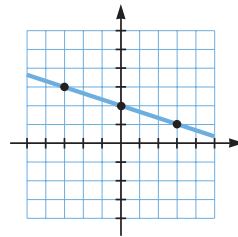
La solució és $(-3, -2)$: sistema compatible determinat.

b) $x + 3y = 6$

x	-3	0	3	6
y	3	2	1	0

$2x + 6y = 12$

x	-3	0	3	6
y	3	2	1	0



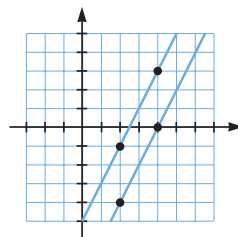
La solució és tota la recta, té infinites solucions: sistema compatible indeterminat.

c) $2x - y = 8$

x	-2	0	2	4
y	-12	-8	-4	0

$4x - 2y = 10$

x	-2	0	2	4
y	-9	-5	-1	3



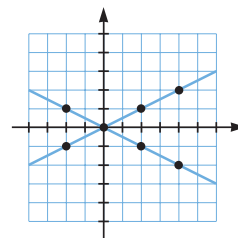
No té solució: sistema incompatible.

d) $x - 2y = 0$

x	-2	0	2	4
y	-1	0	1	2

$x + 2y = 0$

x	-2	0	2	4
y	1	0	-1	-2



La solució és $(0, 0)$: sistema compatible determinat.

Sistemes d'equacions

045 Quantes solucions tenen aquests sistemes?

$$\left. \begin{array}{l} a) \ 4x - 3y = 5 \\ \quad 8x - 6y = 10 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} b) \ 2x + 3y = 5 \\ \quad 2x + 3y = 35 \end{array} \right\}$$

a) $4x - 3y = 5$

x	1/2	2	5
y	-1	1	5

$8x - 6y = 10$

x	1/2	2	5
y	-1	1	5

La solució és tota la recta, té infinites solucions: sistema compatible indeterminat.

b) $2x + 3y = 5$

x	-5	-2	1
y	5	3	1

$2x + 3y = 35$

x	1	4	7
y	11	9	7

No té solució: sistema incompatible.

046 Esbrina si els sistemes són incompatibles o compatibles i, en aquest cas, si tenen solució única.

$$\left. \begin{array}{l} a) \ 2x + 3y = 5 \\ \quad 4x + 6y = 10 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} b) \ 3x - y = 5 \\ \quad 6x - 2y = 8 \end{array} \right\}$$

$$a) \ \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 10 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cdot 2} \left. \begin{array}{l} 4x + 6y = 10 \\ 4x + 6y = 10 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Les dues equacions coincideixen i el sistema és compatible indeterminat. Infinites solucions.}$$

$$b) \ \left. \begin{array}{l} 3x - y = 5 \\ 6x - 2y = 8 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cdot 2} \left. \begin{array}{l} 6x - 2y = 10 \\ 6x - 2y = 8 \end{array} \right\}$$

$$0 = 2 \rightarrow \text{La igualtat és falsa, per tant, el sistema és incompatible.}$$

047 Aquests sistemes tenen les mateixes solucions?

$$\left. \begin{array}{l} a) \ 3x + 2y = 8 \\ \quad 2x - 3y = 14 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} b) \ 6x + 4y = 16 \\ \quad -6x + 9y = -42 \end{array} \right\}$$

Sí que tenen les mateixes solucions, perquè si simplifiquem les equacions en el segon sistema obtenim el primer sistema.

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 4y = 16 \\ -6x + 9y = -42 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\div 2} \\ \xrightarrow{\div (-3)} \end{array} \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 8 \\ 2x - 3y = 14 \end{array} \right\}$$

048 ●● Escriu una equació lineal amb dues incògnites que formi un sistema amb l'equació $3x - 2y = 4$, i que tingui:

a) Solució única.

$$\left. \begin{array}{l} a) \ 3x - 2y = 4 \\ \quad 2x + 3y = 1 \end{array} \right\}$$

b) Infinites solucions.

$$\left. \begin{array}{l} b) \ 3x - 2y = 4 \\ \quad 9x - 6y = 12 \end{array} \right\}$$

c) Cap solució.

$$\left. \begin{array}{l} c) \ 3x - 2y = 4 \\ \quad 9x - 6y = 4 \end{array} \right\}$$

049 ●● Escriu un sistema d'equacions que tingui com a solució:

a) $x = 2, y = 1$

$$\left. \begin{array}{l} a) \ x + y = 3 \\ \quad x - y = 1 \end{array} \right\}$$

b) $x = 4, y = -3$

$$\left. \begin{array}{l} b) \ x - 2y = 10 \\ \quad x + y = 1 \end{array} \right\}$$

050 ●● Sense resoldre aquests sistemes, indica el nombre de solucions que tenen a partir de les seves equacions.

$$\left. \begin{array}{l} a) \ 2x - y = 5 \\ \quad x + y = 1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} c) \ 2x + 10y = 4 \\ \quad x + 5y = 4 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} b) \ 3x + 4y = 8 \\ \quad 6x + 8y = 10 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} d) \ 3x + 2y = 1 \\ \quad x - 8y = 5 \end{array} \right\}$$

a) Compatible determinat.

c) Incompatible.

b) Incompatible.

d) Compatible determinat.

051 FES-HO AIXÍ

COM ACONSEGUIM QUE UNA INCÒGNITA TINGUI COEFICIENTS IGUALS?

Transforma aquest sistema perquè la incògnita x tingui el mateix coeficient a totes dues equacions.

$$\left. \begin{array}{l} 24x + 13y = 80 \\ 18x - 7y = 90 \end{array} \right\}$$

PRIMER. Trobem el m.c.m. dels coeficients de la incògnita a la qual els volem igualar.

$$\text{m.c.m. } (24, 18) = 72$$

SEGON. Dividim el m.c.m. per cada coeficient i multipliquem l'equació pel resultat.

Primera equació:

$$\frac{\text{m.c.m.}}{\text{Coeficiente}} = \frac{72}{24} = 3 \rightarrow 3 \cdot (24x + 13y = 80) \rightarrow 72x + 39y = 240$$

Segona equació:

$$\frac{\text{m.c.m.}}{\text{Coeficiente}} = \frac{72}{18} = 4 \rightarrow 4 \cdot (18x - 7y = 90) \rightarrow 72x - 28y = 360$$

El sistema equivalent serà:

$$\left. \begin{array}{l} 72x + 39y = 240 \\ 72x - 28y = 360 \end{array} \right\}$$

Sistemes d'equacions

052 Donat el sistema:
$$\begin{cases} 7x - 2y = 4 \\ x + 3y = 17 \end{cases}$$

escriu sistemes que en siguin equivalents i que:

- a) Tinguin coeficients de x iguals.
 b) Tinguin coeficients de y iguals.
 c) Tinguin termes independents iguals.

a) Multipliquem la 2a equació per 7:
$$\begin{cases} 7x - 2y = 4 \\ 7x + 21y = 119 \end{cases}$$

b) Multipliquem la 1a equació per 4 i la 2a per -2 :
$$\begin{cases} 28x - 8y = 16 \\ -2x - 6y = -34 \end{cases}$$

c) Multipliquem la 1a equació per 17 i la segona per 4:
$$\begin{cases} 119x - 34y = 68 \\ 4x + 12y = 68 \end{cases}$$

053 Escriu un altre sistema equivalent les equacions del qual no tinguin denominadors.

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 5 \\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = -1 \end{cases}$$

Multipliquem la 1a equació pel m.c.m. $(2, 5) = 10$
 i la 2a pel m.c.m. $(2, 3) = 6$:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 50 \\ 4x - 3y = -6 \end{cases}$$

054 Completa els sistemes perquè el primer tingui com a solució $x = 2, y = -3$, i el segon, $x = -3, y = 2$.

a)
$$\begin{cases} 3x - 5y = \square \\ \square x + 4y = 2 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} -2x + \square y = 8 \\ \square x - 2y = -7 \end{cases}$$

Si substituïm les variables per la solució, s'han de verificar les equacions.

a)
$$\begin{cases} 3x - 5y = 21 \\ 7x + 4y = 2 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} -2x + y = 8 \\ x - 2y = -7 \end{cases}$$

055 Completa els sistemes perquè el primer sigui compatible i el segon, incompatible.

a)
$$\begin{cases} 3x - 2y = \square \\ \square x + 2y = 6 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} \square x + 2y = 3 \\ 2x + \square y = \square \end{cases}$$

a) Anirà bé qualsevol valor, sempre que no coincideixi que el terme amb x de la 2a equació sigui -3 i el terme independent de la 1a sigui diferent que -6 .

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ x + 2y = -7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = -7 \end{cases} \text{ o } \begin{cases} 2x + 2y = 3 \\ 2x + 2y = 5 \end{cases}$$
 El terme independent de la 2a equació pot ser qualsevol nombre diferent de 6 en el primer sistema i diferent de 3 en el segon.

056 Completa aquests sistemes perquè el primer sigui compatible determinat i el segon, compatible indeterminat.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} \square x - 5y = \square \\ 2x + \square y = 6 \end{array} \right\} \qquad \text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x + \square y = 10 \\ \square x - \square y = 12 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} -2x - 5y = 1 \\ 2x + 2y = 6 \end{array} \right\} \qquad \text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x + 5y = 10 \\ 2,4x + 6y = 12 \end{array} \right\} \end{array}$$

057 Escribe tres sistemes que tinguin com a solució $x = 1$, $y = 2$, de manera que:

- a) En el primer, els coeficients siguin 1 o -1 .
 b) En el segon, els coeficients de x siguin el doble o la meitat que els de y .
 c) En el tercer, els coeficients de x i y siguin fraccions.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{5} + \frac{2y}{5} = 1 \end{array} \right\}$$

058 Resol pel mètode de substitució.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x + 5y = 1 \\ x + y = 1 \end{array} \right\} \qquad \text{d) } \left. \begin{array}{l} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{array} \right\} \qquad \text{g) } \left. \begin{array}{l} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{array} \right\} \\ \text{b) } \left. \begin{array}{l} 7x + 8y = 23 \\ 3x + 2y = 7 \end{array} \right\} \qquad \text{e) } \left. \begin{array}{l} 4x - y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{array} \right\} \qquad \text{h) } \left. \begin{array}{l} 3x + 5y = 20 \\ 7x + 4y = 39 \end{array} \right\} \\ \text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 5 \\ 5x + y = 4 \end{array} \right\} \qquad \text{f) } \left. \begin{array}{l} 2x + y = 12 \\ -x - y = -7 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x + 5y = 1 \\ x + y = 1 \end{array} \right\} \rightarrow y = 1 - x$$

Substituïm en la 1a equació:

$$3x + 5(1 - x) = 1 \rightarrow 3x + 5 - 5x = 1 \rightarrow -2x = -4 \rightarrow x = 2$$

$$\text{Calculem } y \rightarrow y = 1 - x = 1 - 2 = -1.$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 7x + 8y = 23 \\ 3x + 2y = 7 \end{array} \right\} \rightarrow 2y = 7 - 3x \rightarrow y = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}x$$

Substituïm en la 1a equació:

$$7x + 8\left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}x\right) = 23 \rightarrow 7x + 28 - 12x = 23 \rightarrow -5x = -5 \rightarrow x = 1$$

$$\text{Calculem } y \rightarrow y = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \cdot 1 = 2.$$

Sistemes d'equacions

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 5x + y = 4 \end{cases} \rightarrow y = 4 - 5x$$

Substituïm en la 1a equació:

$$2x - 3(4 - 5x) = 5 \rightarrow 2x - 12 + 15x = 5 \rightarrow 17x = 17 \rightarrow x = 1$$

Calculem y :

$$y = 4 - 5x = 4 - 5 \cdot 1 = -1$$

$$\text{d) } \begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases} \rightarrow y = 11 - 4x$$

Substituïm en la 1a equació:

$$5x - 3(11 - 4x) = 1 \rightarrow 5x - 33 + 12x = 1 \rightarrow 17x = 34 \rightarrow x = 2$$

Calculem y :

$$y = 11 - 4x = 11 - 4 \cdot 2 = 3$$

$$\text{e) } \begin{cases} 4x - y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases} \rightarrow -y = -3 - 4x \rightarrow y = 3 + 4x$$

Substituïm en la 1a equació:

$$x + 3(3 + 4x) = -4 \rightarrow x + 9 + 12x = -4 \rightarrow 13x = -13 \rightarrow x = -1$$

Calculem y :

$$y = 3 + 4x = 3 + 4 \cdot (-1) = -1$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x + y = 12 \\ -x - y = -7 \end{cases} \rightarrow -y = -7 + x \rightarrow y = 7 - x$$

Substituïm en la 1a equació:

$$2x + (7 - x) = 12 \rightarrow 2x + 7 - x = 12 \rightarrow 2x - x = 12 - 7 \rightarrow x = 5$$

Calculem y :

$$y = 7 - x = 7 - 5 = 2$$

$$\text{g) } \begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{cases} \rightarrow y = 10 - 3x$$

Substituïm en la 2a equació:

$$2x - (10 - 3x) = 10 \rightarrow 2x - 10 + 3x = 10 \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = 4$$

Calculem y :

$$y = 10 - 3x = 10 - 3 \cdot 4 = -2$$

$$\text{h) } \begin{cases} 3x + 5y = 20 \\ 7x + 4y = 39 \end{cases} \rightarrow 5y = 20 - 3x \rightarrow y = 4 - \frac{3}{5}x$$

Substituïm en la 2a equació:

$$7x + 4\left(4 - \frac{3}{5}x\right) = 39 \rightarrow 7x + 16 - \frac{12}{5}x = 39 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{23}{5}x = 39 - 16 \rightarrow x = \frac{5 \cdot 23}{23} = 5$$

$$\text{Calculem } y \rightarrow y = 4 - \frac{3}{5} \cdot 5 = 4 - 3 = 1.$$

059 Resol els sistemes d'equacions següents pel mètode d'igualació:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} 4x - y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases} & \text{g) } \begin{cases} 5x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = 0 \end{cases} \\ \text{b) } \begin{cases} 7x + 8y = 23 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{cases} & \text{h) } \begin{cases} 3x + 5y = 20 \\ 7x + 4y = 39 \end{cases} \\ \text{c) } \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 5x + y = 4 \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases} & \end{array}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5y = 1 - 3x \\ y = 1 - x \end{cases} \rightarrow y = \frac{1}{5} - \frac{3}{5}x$$

$$\text{Igualem: } \frac{1}{5} - \frac{3}{5}x = 1 - x \rightarrow x - \frac{3}{5}x = 1 - \frac{1}{5} \rightarrow \frac{2}{5}x = \frac{4}{5} \rightarrow x = 2.$$

$$\text{Calculem } y \rightarrow y = 1 - x = 1 - 2 = -1.$$

$$\text{b) } \begin{cases} 7x + 8y = 23 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x = 23 - 8y \\ 3x = 7 - 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{23}{7} - \frac{8}{7}y \\ x = \frac{7}{3} - \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\text{Igualem: } \frac{23}{7} - \frac{8}{7}y = \frac{7}{3} - \frac{2}{3}y \rightarrow \frac{23}{7} - \frac{7}{3} = -\frac{2}{3}y + \frac{8}{7}y \rightarrow$$

$$\rightarrow 21 \cdot \frac{23}{7} - 21 \cdot \frac{7}{3} = -21 \cdot \frac{2}{3}y + 21 \cdot \frac{8}{7}y \rightarrow$$

$$\rightarrow 69 - 49 = -14y + 24y \rightarrow 20 = 10y \rightarrow y = 2$$

$$\text{Calculem } x \rightarrow x = \frac{7}{3} - \frac{2}{3}y = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{7-4}{3} = 1.$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 5x + y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3y = 5 - 2x \\ y = 4 - 5x \end{cases} \rightarrow y = -\frac{5}{3} + \frac{2}{3}x$$

$$\text{Igualem: } -\frac{5}{3} + \frac{2}{3}x = 4 - 5x \rightarrow \frac{2}{3}x + 5x = 4 + \frac{5}{3} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{17}{3}x = \frac{17}{3} \rightarrow x = 1$$

$$\text{Calculem } y \rightarrow y = 4 - 5x = 4 - 5 \cdot 1 = -1.$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x - y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + 3 = y \\ 3y = -x - 4 \end{cases} \rightarrow y = -\frac{x}{3} - \frac{4}{3}$$

$$\text{Igualem: } 4x + 3 = -\frac{x}{3} - \frac{4}{3} \rightarrow 4x + \frac{x}{3} = -\frac{4}{3} - 3 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{13x}{3} = -\frac{13}{3} \rightarrow x = -1$$

$$\text{Calculem } y \rightarrow y = 4x + 3 = 4 \cdot (-1) + 3 = -1.$$

$$\text{e) } \begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 10 - 3x \\ 2x - 10 = y \end{cases}$$

$$\text{Igualem: } 10 - 3x = 2x - 10 \rightarrow 20 = 5x \rightarrow x = 4.$$

$$\text{Calculem } y \rightarrow y = 10 - 3x = 10 - 3 \cdot 4 = -2.$$

Sistemes d'equacions

$$f) \begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x - 1 = 3y \\ y = 11 - 4x \end{cases} \rightarrow y = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$\text{Igualem: } \frac{5}{3}x - \frac{1}{3} = 11 - 4x \rightarrow \frac{5}{3}x + 4x = 11 + \frac{1}{3} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{17}{3}x = \frac{34}{3} \rightarrow 17x = 34 \rightarrow x = 2$$

$$\text{Calculem } y \rightarrow y = 11 - 4x = 11 - 4 \cdot 2 = 3.$$

$$g) \begin{cases} 5x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3y = 16 - 5x \\ y = x \end{cases} \rightarrow y = \frac{16}{3} - \frac{5}{3}x$$

$$\text{Igualem: } \frac{16}{3} - \frac{5}{3}x = x \rightarrow \frac{16}{3} = \frac{5}{3}x + x \rightarrow \frac{16}{3} = \frac{8}{3}x \rightarrow \\ \rightarrow 16 = 8x \rightarrow x = 2$$

$$\text{Calculem } y \rightarrow y = x = 2.$$

$$h) \begin{cases} 3x + 5y = 20 \\ 7x + 4y = 39 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5y = 20 - 3x \\ y = 4 - \frac{3}{5}x \end{cases} \\ \rightarrow \begin{cases} 4y = 39 - 7x \\ y = \frac{39}{4} - \frac{7}{4}x \end{cases}$$

$$\text{Igualem: } 4 - \frac{3}{5}x = \frac{39}{4} - \frac{7}{4}x \rightarrow \frac{7}{4}x - \frac{3}{5}x = \frac{39}{4} - 4 \rightarrow \\ \rightarrow 20 \cdot \frac{7}{4}x - 20 \cdot \frac{3}{5}x = 20 \cdot \frac{39}{4} - 20 \cdot 4 \rightarrow \\ \rightarrow 35x - 12x = 195 - 80 \rightarrow 23x = 115 \rightarrow x = 5$$

$$\text{Calculem } y \rightarrow y = 4 - \frac{3}{5}x = 4 - \frac{3}{5} \cdot 5 = 4 - 3 = 1.$$

060 Resol pel mètode que consideris més adequat:

$$a) \begin{cases} -2(x - 2) = y - 4 \\ 3y - 2x = 0 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 3(x + y) - x + 2y = 15 \\ 2x - (y + 8) = -11 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -5(y - 2) = x - 2 \\ x - 3y = -4 \end{cases} \quad d) \begin{cases} 3(x + 2) - 7(x + y) = 5 \\ 5(x + 1) - y = 14 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} -2(x - 2) = y - 4 \\ 3y - 2x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x + 4 = y - 4 \\ 3y - 2x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x - y = -8 \\ -2x + 3y = 0 \end{cases}$$

$$\text{Restem la 1a equació de la 2a: } -4y = -8 \rightarrow y = 2.$$

$$\text{Substituïm a la 2a equació: } 3 \cdot 2 - 2x = 0 \rightarrow 6 = 2x \rightarrow x = 3.$$

$$b) \begin{cases} -5(y - 2) = x - 2 \\ x - 3y = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -5y + 10 = x - 2 \\ x - 3y = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x - 5y = -12 \\ x - 3y = -4 \end{cases}$$

$$\text{Sumem les dues equacions: } -8y = -16 \rightarrow y = 2.$$

$$\text{Substituïm a la 2a equació: } x - 3 \cdot 2 = -4 \rightarrow x = -4 + 6 = 2.$$

$$c) \left. \begin{array}{l} 3(x+y) - x + 2y = 15 \\ 2x - (y+8) = -11 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 3y - x + 2y = 15 \\ 2x - y - 8 = -11 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 5y = 15 \\ 2x - y = -3 \end{array} \right\}$$

Restem les dues equacions:

$$6y = 18 \rightarrow y = 3$$

Substituïm a la 2a equació:

$$2x - 3 = -3 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$d) \left. \begin{array}{l} 3(x+2) - 7(x+y) = 5 \\ 5(x+1) - y = 14 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 6 - 7x - 7y = 5 \\ 5x + 5 - y = 14 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} -4x - 7y = -1 \\ 5x - y = 9 \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{sumem}]{2a \cdot (-7)} \left. \begin{array}{l} -4x - 7y = -1 \\ -35x + 7y = -63 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{64}{39}$$

Aïllem a la 2a equació:

$$5 \cdot \frac{64}{39} - y = 9 \rightarrow \frac{320}{39} - 9 = y \rightarrow y = \frac{320 - 351}{39} = -\frac{31}{39}$$

061 FES-HO AIXÍ

COM ELIMINEM ELS PARÈNTESIS I ELS DENOMINADORS EN UN SISTEMA?

$$\text{Resol el sistema: } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{3y}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{3(2x-2)}{2} - \frac{3(y+1)}{9} = -10 \end{array} \right\}$$

PRIMER. Eliminem els denominadors.

Calculem el m.c.m. dels denominadors en cada equació i hi multipliquem tots dos membres.

Primera equació: m.c.m. (2, 4, 2) = 4

$$4 \left[\frac{x}{2} + \frac{3y}{4} \right] = 4 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow 2x + 3y = 2$$

Segona equació: m.c.m. (2, 9) = 18

$$18 \left[\frac{3(2x-2)}{2} - \frac{3(y+1)}{9} \right] = 18 \cdot (-10) \rightarrow 9 \cdot 3(2x-2) - 2 \cdot 3(y+1) = -180$$

SEGON. Traiem els parèntesis.

$$9 \cdot 3(2x-2) - 2 \cdot 3(y+1) = -180 \rightarrow 54x - 54 - 6y - 6 = -180$$

TERCER. Passem les incògnites a un membre, i els termes sense incògnita, a l'altre.

$$54x - 54 - 6y - 6 = -180 \rightarrow 54x - 6y = -180 + 54 + 6 = -120$$

Sense parèntesis ni denominadors, el sistema és:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 2 \\ 54x - 6y = -120 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Simplificant}} \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 2 \\ 9x - y = -20 \end{array} \right\}$$

Sistemes d'equacions

062 Resol pel mètode que consideris més adequat:

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} \frac{3x}{3} - \frac{2y}{4} &= 2 \\ 3y + 5x &= -1 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{aligned} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} &= -1 \\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{4} &= 7 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \left. \begin{aligned} \frac{3x}{3} - \frac{2y}{4} &= 2 \\ 3y + 5x &= -1 \end{aligned} \right\} &\rightarrow \left. \begin{aligned} 12 \cdot \frac{3x}{3} - 12 \cdot \frac{2y}{4} &= 2 \cdot 12 \\ 5x + 3y &= -1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \\ &\rightarrow \left. \begin{aligned} 12x - 6y &= 24 \\ 5x + 3y &= -1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{sumem}} \left. \begin{aligned} 12x - 6y &= 24 \\ 10x + 6y &= -2 \end{aligned} \right\} \\ &22x = 22 \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

Substituïm en la 2a equació:

$$5 \cdot 1 + 3y = -1 \rightarrow 3y = -6 \rightarrow y = -2$$

$$\text{b) } \left. \begin{aligned} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} &= -1 \\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{4} &= 7 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 6 \cdot \frac{x}{3} - 6 \cdot \frac{y}{2} &= -6 \\ 12 \cdot \frac{2x}{3} - 12 \cdot \frac{y}{4} &= 84 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 2x - 3y &= -6 \\ 8x - 3y &= 84 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{restem}}$$

$$\rightarrow -6x = -90 \rightarrow x = 15$$

Substituïm en la 1a equació:

$$\frac{15}{3} - \frac{y}{2} = -1 \rightarrow -\frac{y}{2} = -1 - 5 = -6 \rightarrow y = 12$$

063 Elimina els parèntesis i els denominadors en els sistemes següents:

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} &= 0 \\ \frac{5(x+1)}{7} - \frac{2(y+2)}{3} &= -2 \end{aligned} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{aligned} \frac{3(1-x)}{3} - \frac{(y-1)}{5} - \frac{1}{2} &= \frac{3}{2} \\ \frac{5(x+1) + 7(2y-1)}{6} &= 2 \end{aligned} \right\}$$

a) Multipliquem la 1a equació per 2 i la 2a per 21:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} x + y &= 0 \\ 15(x+1) - 14(y+2) &= -42 \end{aligned} \right\} &\rightarrow \left. \begin{aligned} x + y &= 0 \\ 15x + 15 - 14y - 28 &= -42 \end{aligned} \right\} \rightarrow \\ &\rightarrow \left. \begin{aligned} x + y &= 0 \\ 15x - 14y &= -29 \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

b) Multipliquem la 1a equació per 10 i la 2a per 6:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} 10(1-x) - 2(y-1) - 5 &= 15 \\ 5(x+1) + 7(2y-1) &= 12 \end{aligned} \right\} &\rightarrow \left. \begin{aligned} 10 - 10x - 2y + 2 - 5 &= 15 \\ 5x + 5 + 14y - 7 &= 12 \end{aligned} \right\} \rightarrow \\ &\rightarrow \left. \begin{aligned} -10x - 2y &= 8 \\ 5x + 14y &= 14 \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

064

Resol pel mètode d'igualació aquests sistemes:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6 \\ x - 2y = -4 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{y+2}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{2(x-1)}{3} - \frac{y+2}{6} = -1 \end{array} \right\} \quad \text{c) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{5} + y = 2 \\ 2x - 3y = 7 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\text{a) Traiem denominadors: } \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 36 \\ x - 2y = -4 \end{array} \right\}$$

$$\text{Aïllem } y \text{ de la 1a equació, } y = \frac{36 - 3x}{2}, \text{ i en la 2a, } y = \frac{x + 4}{2},$$

$$\text{igualem: } \frac{36 - 3x}{2} = \frac{x + 4}{2} \rightarrow x = 8. \text{ I si substituïm: } y = 8.$$

$$\text{b) Traiem denominadors: } \left. \begin{array}{l} x + 5y = 10 \\ 2x - 3y = 7 \end{array} \right\}$$

$$\text{Aïllem } x \text{ de la 1a equació, } x = 10 - 5y, \text{ i en la 2a, } x = \frac{7 - 3y}{2},$$

$$\text{igualem: } 10 - 5y = \frac{7 - 3y}{2} \rightarrow y = \frac{13}{7}. \text{ I si substituïm: } x = \frac{5}{7}.$$

$$\text{c) Traiem denominadors: } \left. \begin{array}{l} x - y = 3 \\ 4x - y = 0 \end{array} \right\} \text{ Aïllem } y \text{ de la 1a equació,}$$

$$y = x + 3 \text{ i en la 2a, } y = 4x, \text{ igualem: } x + 3 = 4x \rightarrow x = 1, y = 4.$$

065

Resol pel mètode de reducció els sistemes següents:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6 \\ x - 2y = -4 \end{array} \right\} \quad \text{c) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{5} + y = 2 \\ 2x - 3y = 7 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{y+2}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{2(x-1)}{3} - \frac{y+2}{6} = -1 \end{array} \right\}$$

$$\text{a) Traiem denominadors: } \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 36 \\ x - 2y = -4 \end{array} \right\} \text{ Les sumem: } 4x = 32 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 8. \text{ Substituïm en la 2a equació: } 8 - 2y = -4 \rightarrow y = 6.$$

$$\text{b) Traiem denominadors: } \left. \begin{array}{l} x - y - 2 = 1 \\ 2x - 2 - y - 2 = -6 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = -1 \\ 2x - y = -2 \end{array} \right\}$$

$$\text{Les restem: } -x = 1, x = -1. \text{ Substituïm en la 1a equació:}$$

$$-1 - y = -1 \rightarrow y = 0.$$

$$\text{c) Traiem denominadors: } \left. \begin{array}{l} x + 5y = 10 \\ 2x - 3y = 7 \end{array} \right\}$$

$$\text{Multipliquem la 1a equació per } -2: \left. \begin{array}{l} -2x - 10y = -20 \\ 2x - 3y = 7 \end{array} \right\}$$

$$\text{Les sumem: } -13y = -13, y = 1. \text{ Substituïm en la 1a equació:}$$

$$x + 5 = 10 \rightarrow x = 5.$$

Sistemes d'equacions

066

Resol pel mètode més adequat:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 5x + 4y = 5 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y-1}{2} = 0 \\ 3x - y = 6 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{2x+1}{5} - \frac{3y-4}{10} = \frac{2}{5} \\ \frac{5(x+1)}{7} - y + \frac{1}{2} = -\frac{8}{2} \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} \frac{3(x+1)-x}{6} - y - \frac{y+1}{5} = \frac{3}{2} \\ x - \frac{3(y-1)}{10} + \frac{1}{5} = \frac{x+3}{3} \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \text{ Les sumem: } 3x = 0 \rightarrow x = 0.$$

Substituïm a la 1a equació: $y = 0$.

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 5x + 4y = 5 \end{cases} \text{ Multipliquem la 1a equació per 5 i la 2a per } -2:$$

$$\begin{cases} 10x - 15y = 10 \\ -10x - 8y = -10 \end{cases} \text{ Les sumem: } 23y = 0 \rightarrow y = 0.$$

Substituïm a la 1a equació: $2x = 2 \rightarrow x = 1$.

$$\text{c) Traiem denominadors: } \begin{cases} x + y = 1 \\ 3x - y = 6 \end{cases} \text{ Les sumem: } 4x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{4}$$

$$\text{Substituïm a la 1a equació: } y = \frac{-3}{4}.$$

$$\text{d) Traiem denominadors: } \begin{cases} 4x - 3y = -2 \\ 10x - 14y = -73 \end{cases}$$

$$\text{Aïllem } x \text{ de la 1a equació: } x = \frac{3y-2}{4}.$$

Substituïm a la 2a equació:

$$10\left(\frac{3y-2}{4}\right) - 14y = -73 \rightarrow 15y - 10 - 28y = -146 \rightarrow \rightarrow -13y = -136 \rightarrow y = \frac{136}{13}$$

$$\text{Substituïm: } x = \frac{191}{26}.$$

$$\text{e) Traiem denominadors: } \begin{cases} 10x - 36y = 36 \\ 20x - 9y = 15 \end{cases}$$

$$\text{Multipliquem la 1a equació per } -2: \begin{cases} -20x + 72y = -72 \\ 20x - 9y = 15 \end{cases}$$

$$\text{Les sumem: } 63y = -57 \rightarrow y = \frac{-19}{21}.$$

$$\text{Substituïm a la 2a equació: } 20x + \frac{57}{7} = 15 \rightarrow x = \frac{12}{35}.$$

067 FES-HO AIXÍ**COM EXPRESSEM CERTS ENUNCIATS MITJANÇANT EQUACIONS AMB DUES INCÒGNITES?****Expressa com a equacions de dues incògnites:**

- a) La suma de dos nombres és 50.
- b) La diferència d'edat de dos germans és 5 anys.
- c) Un pare té el doble d'edat que el seu fill.
- d) Un nombre en supera un altre en 10 unitats.

PRIMER. Assignem una incògnita a cada dada desconeguda.

Dades desconegudes	Incògnites
Dos nombres	x , un nombre y , l'altre nombre
Edat de dos germans	x , edat del primer y , edat del segon
Edats del pare i el fill	x , edat del pare y , edat del fill
Dos nombre	x , un nombre y , l'altre nombre

SEGON. Relacionem les dades conegudes i les desconegudes amb una igualtat (equació).

- a) La suma és 50.
 $x + y = 50$
- b) La diferència és de 5 anys.
 $x - y = 5$
- c) El pare dobla l'edat al fill.
 $x = 2y$
- d) Un supera en 10 l'altre.
 $x = y + 10$

068 Expressa mitjançant equacions de dues incògnites:

- a) Un entrepà i un refresc valen 5 €.
- b) Dos entrepans i tres refrescos costen 15 €.
- c) Un entrepà val 1 € més que un refresc.
- d) He pagat un entrepà i dos refrescos amb 10 € i me n'han tornat 3 €.

Preu de l'entrepà: x .Preu del refresc: y .

- a) $x + y = 5$
- b) $2x + 3y = 15$
- c) $x = y + 1$
- d) $x + 2y + 3 = 10$

Sistemes d'equacions

069 Tria la resposta adequada:

- a) Fa tres anys, l'edat d'un oncle era el triple de la del nebot, però d'aquí a 5 anys serà només el doble. Les edats de l'oncle i el nebot són:

1. Oncle: 15; nebot: 5. Oncle: 27; nebot 11.
2. Oncle: 35; nebot: 15.

- b) En un teatre s'han venut 250 entrades entre seients de platea i de llotja. Les primeres costen 15 € cadascuna i les segones, 30 €.

Si la recaptació va ser de 4.500 €, les entrades venudes de cada tipus van ser:

1. Platea: 50; llotja: 250. 3. Platea: 200; llotja: 50.
2. Platea: 100; llotja: 150. 4. Platea: 125; llotja: 125.

- a) Oncle: x Nebot: y

$$\left. \begin{array}{l} x = 3y \\ x + 5 = 2(y + 5) \end{array} \right\} \text{Substituïm } x \text{ a la 2a equació: } 3y + 5 = 2y + 10 \rightarrow \\ \rightarrow y = 5, x = 15$$

La solució és l'opció 1. Oncle: 15 anys. Nebot 5 anys.

- b) Butaques de platea: x Butaques de llotja: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 250 \\ 15x + 30y = 4.500 \end{array} \right\} \rightarrow x = 250 - y$$

$$\text{Substituïm } x \text{ a la 2a equació: } 15(250 - y) + 30y = 4.500 \rightarrow \\ \rightarrow 3.750 + 15y = 4.500 \rightarrow y = 50, x = 200$$

La solució és l'opció 3. Butaques de platea: 200. Butaques de llotja: 50.

070 Calcula dos nombres la suma dels quals és 10 i la diferència, 6.

●
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ x - y = 6 \end{array} \right\} \text{Sumem les equacions: } 2x = 16 \rightarrow x = 8, y = 2.$$

071 Calcula les dimensions d'un rectangle si en saps que el perímetre fa 60 cm i la base és el doble de l'altura.

●●
$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 60 \\ x = 2y \end{array} \right\} \text{Substituïm la 2a en la 1a: } 4y + 2y = 60 \rightarrow y = 10, x = 20.$$

Base: 20 cm. Altura: 10 cm.

072 Dos quilos d'albercocs i tres de figues costen 13 €.

●● Tres quilos d'albercocs i dos quilos de figues en costen 12 €.

Quin és el preu del quilo d'albercocs?

Albercocs: x Figes: y

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 13 \\ 3x + 2y = 12 \end{array} \right\} \text{Multipliquem la 1a equació per 3 i la 2a per } -2: \\ \left. \begin{array}{l} 6x + 9y = 39 \\ -6x - 4y = -24 \end{array} \right\}$$

Sumem les equacions: $5y = 15 \rightarrow y = 3, x = 2.$

Albercocs: 2 €/kg. Figes: 3 €/kg.

073 En una compra s'han fet servir monedes de 2 € i bitllets de 5 €.

En total, entre monedes i bitllets són 13 i s'han pagat 33 €.

Quantes monedes de 2 € s'han fet servir? I bitllets de 5 €?

Monedes: x

Bitllets: y

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 2x + 5y = 32 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Aillem } x \text{ de la 1}^a \text{ equació: } x = 13 - y.$$

Substituïm a la 2a: $26 - 2y + 5y = 32 \rightarrow y = 2, x = 11$.

074 En una drogueria venen 3 sabons i 2 ampolles de colònia per 12 €, i també 4 sabons i 3 ampolles de colònia per 17 €.

Calcula el preu de cada producte.

Preu del sabó: x

Preu de l'ampolla de colònia: y

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 4x + 3y = 17 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \xrightarrow{1a \cdot 3} \\ \xrightarrow{2a \cdot (-2)} \\ \text{sumem} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 9x + 6y = 36 \\ -8x - 6y = -34 \\ \hline x = 2 \end{array}$$

Substituïm a la 1a equació: $3 \cdot 2 + 2y = 12 \rightarrow 2y = 6 \rightarrow y = 3$.

El sabó val 2 €, i l'ampolla de colònia 3 €.

075 Hem adquirit segells de 0,26 € i de 0,84 €. En total hem pagat 5,18 € per 11 segells. Quants són de 0,26 €? I de 0,84 €?

Segells de 0,26 €: x

Segells de 0,84 €: y

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 0,26x + 0,84y = 5,18 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Aillem } x \text{ de la 1a equació: } x = 11 - y.$$

Substituïm a la 2a: $2,86 - 0,26y + 0,84y = 5,18 \rightarrow y = 4, x = 7$.

Hem comprat 7 segells de 0,84 € i 4 segells de 0,26 €.

076 Per a un berenar s'han comprat entrepans de pernil a 2,80 € la unitat i de formatge a 2,50 €. En total, es paguen 48 € per 18 entrepans. Quants se'n compren de pernil?

Entrepans de pernil: x

Entrepans de formatge: y

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ 2,80x + 2,50y = 48 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Aillem } x \text{ de la 1a equació: } x = 18 - y.$$

Substituïm a la 2a: $50,4 - 2,8y + 2,5y = 48 \rightarrow y = 8, x = 10$.

Pernil: 10 entrepans. Formatge: 8 entrepans.

077 En un taller hi ha 50 vehicles, entre motos i cotxes. Si el nombre total de rodes és 140, quants vehicles hi ha de cada tipus?

Cotxes: x

Motos: y

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 4x + 2y = 140 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow x = 50 - y$$

Substituïm a la 2a: $200 - 4y + 2y = 140 \rightarrow y = 30, x = 20$.

Cotxes: 20. Motos: 30.

Sistemes d'equacions

- 078** ●● El perímetre d'una parcel·la rectangular és 350 m i el triple de la seva llargada és igual al quàdruple de l'amplada. Quines són les dimensions de la parcel·la?

Llargada: x Amplada: y

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 350 \\ 3x = 4y \end{array} \right\} \rightarrow y = \frac{3x}{4}. \text{ Substituïm } y \text{ a la 1a equació:}$$

$$2x + \frac{3x}{2} = 350 \rightarrow 7x = 700 \rightarrow x = 100, y = 75$$

Llargada: 100 m. Amplada: 75 m.

- 079** ●● En Josep li diu a l'Agnès: «Si et dono 10 discos en tindries tants com jo.» L'Agnès li respon: «Tens raó, només et faltem 10 discos per doblar-me'n el nombre.» Quants discos té cadascun?

Discos de Josep: x Discos d'Agnès: y

$$\left. \begin{array}{l} x - 10 = y + 10 \\ x + 10 = 2y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = 20 \\ x - 2y = -10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Restem les equacions:} \\ -y - (-2y) = 20 - (-10) \rightarrow y = 30 \end{array}$$

Substituïm a la 1a equació: $x - 10 = 30 + 10 \rightarrow x = 50$.

En Josep té 50 discos i l'Agnès en té 30.

- 080** ●●● Una empresa de lloguer de cotxes n'ofereix dos models, un de quatre places i un altre de cinc. Durant el dia, l'empresa lloga 10 cotxes en què viatgen 42 persones, i queden dues places sense ocupar. Quants cotxes han llogat de cada tipus?

Cotxes de quatre places: x

Cotxes de cinc places: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 4x + 5y - 2 = 42 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 4x + 5y = 44 \end{array} \right\} \rightarrow y = 10 - x$$

Substituïm a la 2a equació:

$$4x + 5(10 - x) = 44 \rightarrow 4x + 50 - 5x = 44 \rightarrow -x = -6 \rightarrow x = 6$$

Aïllem: $y = 10 - x = 10 - 6 = 4$.

Han llogat 6 cotxes de quatre places i 4 de cinc places.

- 081** ●●● En Joan ha comprat una camisa i uns pantalons. Els preus d'aquestes peces sumaven 60 €, però li han fet un 10 % de descompte en la camisa i un 20 % en els pantalons. Per tot plegat paga 50,15 €. Quin era el preu sense rebaijar de cada peça?

Preu de la camisa: c

Preu dels pantalons: p

$$\left. \begin{array}{l} c + p = 60 \\ c(100\% - 10\%) + p(100\% - 20\%) = 50,15 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} c + p = 60 \\ 0,9c + 0,8p = 50,15 \end{array} \right\}$$

Aïllant a la 1a equació: $p = 60 - c$. Substituïm a la 2a:

$$\begin{aligned} 0,9c + 0,8(60 - c) &= 50,15 \rightarrow 0,9c + 48 - 0,8c = 50,15 \rightarrow \\ &\rightarrow 0,1c = 2,15 \rightarrow c = 21,50 \text{ €} \end{aligned}$$

Aïllem: $p = 60 - c = 60 - 21,50 = 38,50 \text{ €}$.

082 FES-HO AIXÍ

COM RESOLEM ELS PROBLEMES DE BARREGES MITJANÇANT SISTEMES D'EQUACIONS?

Volem barrejar dos tipus de vi: un de 5,20 €/l i un altre de 6,20 €/l per obtenir 100 l de vi que tingui un preu de 6 €/l. Quants litres de cada tipus fan falta?

PRIMER. Plantejament.

	Litres	Preu
Vi A	x	$5,2x$
Vi B	y	$6,2y$
Barreja	100	$5,2x + 6,2y$
Equacions	$x + y = 100$	$\frac{5,2x + 6,2y}{100} = 6$

SEGON. Resolució.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ \frac{5,2x + 6,2y}{100} = 6 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 100 - y \\ 5,2x + 6,2y = 600 \end{array} \right\}$$

Substituïm el valor a l'altra equació:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{x = 100 - y} 5,2(100 - y) + 6,2y = 600 &\rightarrow y = 80 \\ x = 100 - y \xrightarrow{y = 80} x = 20 & \end{aligned}$$

TERCER. Comprovació.

La barreja contindrà 20 l del vi A i 80 l del vi B. La quantitat de barreja serà $20 + 80 = 100$ l.

I el preu de la barreja és:

$$\frac{5,2 \cdot 20 + 6,2 \cdot 80}{100} = \frac{104 + 496}{100} = 6 \text{ €}$$

083 ●●● Barregem licor de 12 €/l amb licor de 15 €/l, fins que tenim 50 l de licor de 13 €/l. Quants litres de cada licor hem barrejat?

Licor de 12 €/l: x

Licor de 15 €/l: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 50 \\ 12x + 15y = 50 \cdot 13 \end{array} \right\} \text{Aillem } x \text{ de la 1a equació: } x = 50 - y.$$

Substituïm a la 2a:

$$600 - 12y + 15y = 650 \rightarrow y = \frac{50}{3}, x = \frac{100}{3}$$

Licor de 12 €/l: $\frac{100}{3}$ litres. Licor de 15 €/l: $\frac{50}{3}$ litres.

Sistemes d'equacions

- 084** En una fàbrica de suc barregem dos tipus de qualitats, una de 50 cèntims el litre i una altra de 80 cèntims el litre. Quants litres de suc hem de barrejar de cada tipus per obtenir-ne 120 amb un cost total de 85,50 €?

$$\begin{array}{l} \text{Suc de 0,50 €/l: } x \qquad \qquad \text{Suc de 0,80 €/l: } y \\ \left. \begin{array}{l} x + y = 120 \\ 0,50x + 0,80y = 85,50 \end{array} \right\} \rightarrow y = 120 - x \end{array}$$

Substituïm a la 2a equació:

$$0,50x + 0,80(120 - x) = 85,50 \rightarrow 0,50x + 96 - 0,80x = 85,50 \rightarrow \\ \rightarrow -0,30x = -10,50 \rightarrow x = 35$$

Aïllem: $y = 120 - x = 120 - 35 = 85$.

S'han de barrejar 35 litres de suc de 0,50 €/l
i 85 litres de suc de 0,80 €/l.

- 085** Hem barrejat 40 kg de cafè a 10 €/kg amb una altra quantitat de cafè a 14 €/kg. Quants quilos hem fet servir de cada classe si venem la barreja a 12,80 €/kg?

$$\begin{array}{l} \text{Cafè de 12 €: } x \\ \text{Total de cafè: } y \\ \left. \begin{array}{l} y - x = 40 \\ 12,80y - 14x = 400 \end{array} \right\} \text{Aïllem } y \text{ de la 1a equació: } y = 40 + x. \end{array}$$

Substituïm a la 2a equació:

$$512 + 12,80x - 14x = 400 \rightarrow x = \frac{280}{3}, y = \frac{400}{3}$$

Cafè de 12 €/kg: $\frac{280}{3}$ kg. Total de cafè: $\frac{400}{3}$ kg.

- 086** Si en un sistema d'equacions amb solució única multipliquem tots els termes d'una equació per 3:

- La nova solució és el triple de l'original.
- La solució és la mateixa.
- El nou sistema no pot tenir solució.
- Cap de les tres opcions és certa.

b) La solució és la mateixa, perquè si multipliquem tots els termes d'una equació per la mateixa quantitat, l'equació resultant és equivalent, és a dir, tenen les mateixes solucions.

- 087** Si aïllem la mateixa incògnita en dues equacions i, un cop igualades, no podem resoldre l'equació amb una incògnita que resulta, com és el sistema, compatible o incompatible? Raona la resposta.

És incompatible, perquè si no té solució per a aquesta incògnita, el sistema no pot tenir cap solució, ja que s'aportaria una solució a l'equació que no en tenia.

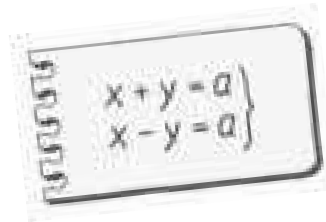
- 088 La suma de les dues xifres d'un nombre és a i la seva diferència també és a . De quin tipus són els nombres que compleixen aquesta condició?

Anomenem les xifres x i y :
$$\left. \begin{array}{l} x + y = a \\ x - y = a \end{array} \right\}$$

Sumem les equacions: $2x = 2a \rightarrow x = a$.

Substituïm a la 1a equació: $y = 0$.

Els nombres que compleixen aquesta condició són les desenes.



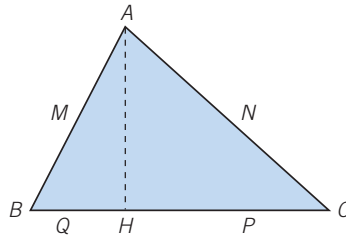
- 089 La suma de les dues xifres d'un nombre és $2a$ i la seva diferència és a . Quins nombres compleixen aquesta condició?

Anomenem les xifres x i y :
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 2a \\ x - y = a \end{array} \right\} \text{ Sumem les equacions: } 2x = 3a \rightarrow$$

$\rightarrow x = \frac{3a}{2}$. Substituïm a la 1a equació: $y = \frac{a}{2}$.

Com que a ha de ser parell i menor que 7 ($a = 2, 4, 6$), els nombres són 93, 39, 62, 26, 31 i 13.

- 090 En el triangle \widehat{ABC} , el costat BC fa 8 cm i l'altura AH en fa 4. Volem inscriure en aquest triangle un rectangle, $MNPQ$, on els vèrtexs P i Q estiguin al costat BC , M a AB i N a AC . Calcula les longituds de MN i MQ perquè el perímetre del rectangle $MNPQ$ sigui 12 cm.



Base del rectangle: x . Altura del rectangle: y .

Els triangles \widehat{ABC} i \widehat{AMN} són semblants, ja que MN és paral·lel a BC .

La base de \widehat{AMN} mesura x , i la seva altura mesura $4 - y$.

$$\frac{\text{Base de } \widehat{AMN}}{\text{Base de } \widehat{ABC}} = \frac{\text{Altura de } \widehat{AMN}}{\text{Altura de } \widehat{ABC}} \rightarrow \frac{x}{8} = \frac{4 - y}{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 12 \\ \frac{x}{8} = \frac{4 - y}{4} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Eliminem denominadors}} \left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 12 \\ x = 8 - 2y \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{Restem}} \left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 12 \\ x + 2y = 8 \end{array} \right\}$$

$$x = 4 \rightarrow 8 + 2y = 12 \rightarrow y = 2$$

Base del rectangle: $MN = 4$ cm. Altura del rectangle: $MQ = 2$ cm.

Sistemes d'equacions

A LA VIDA QUOTIDIANA

091

En Xavier va a Sevilla amb un tren que ha sortit a les 17.00 h.

Tot i que la seva mare ha insistit que no s'oblidés res, en Xavier s'ha deixat a casa una cosa molt important: el carnet d'identitat.

La seva mare l'ha trobat i ha anat a l'estació de tren per informar-se, i el cap d'estació li ha dit:

El tren només farà una parada a Villarrual, a 83 quilòmetres d'aquí...
El tren va a una velocitat de 70 km/h, més o menys.
D'aquí a Villarrual hi ha autovia, i vostè podria anar a 120 km/h.



Si la mare d'en Xavier arribés abans que el tren a l'estació de Villarrual, el podria buscar i donar-li el carnet. El problema és que ja han passat 20 minuts des que el tren ha sortit.

Creus que la mare d'en Xavier pot arribar a temps a l'estació?

El tren triga a arribar a Villarrual: $\frac{83}{70} = 1 \text{ h } 11 \text{ min } 9 \text{ s}$.

La mare triga a arribar: $\frac{83}{120} = 41 \text{ min } 30 \text{ s}$. Però com ha de sortir

20 min més tard, en total trigarà 1 h 1 min 30 s. Per tant, sí que pot arribar-hi a temps.

092

L'Àlícia i la Maria han aconseguit una beca per estudiar durant 2 anys a París.

Quan facturaven l'equipatge han vist que l'Àlícia portava 18 kg i la Maria, 27.

Vostè porta 18 kg d'equipatge, no ha de pagar sobrepès.

Vostè en porta 27. Haurà d'abonar 42 € per sobrepès.



Els avions de passatgers permeten un pes determinat dels equipatges; si se sobrepassa, el passatger ha d'abonar una quantitat per cada quilo de més que porti.

Perquè a la Maria li surti més barat, l'hostessa que els factura els equipatges ha tingut una idea:

Com que viatgen totes dues juntes, i a la seva amiga li falten uns quants quilos per arribar al pes màxim, podem unir els dos equipatges, i així vostè només hauria de pagar 30 €.



Quin és el pes permès a cada passatger? Quant s'ha de pagar per quilo de sobrepès?

Pes permès: x

Preu per quilo: y

$$\left. \begin{array}{l} (27 - x)y = 42 \\ [27 - (x - 18) - x]y = 30 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 27y - xy = 42 \\ 45y - 2xy = 30 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 27y - xy = 42 \\ 45y - 2xy = 30 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cdot(-2)} \left. \begin{array}{l} -54y + 2xy = -84 \\ 45y - 2xy = 30 \end{array} \right\} \\ \hline -9y = -54 \rightarrow y = 6$$

$$(27 - x)y = 42 \xrightarrow{y=6} (27 - x)6 = 42 \rightarrow 27 - x = 7 \rightarrow x = 20$$

Pes permès: 20 kg. Preu per quilo: 6 €.